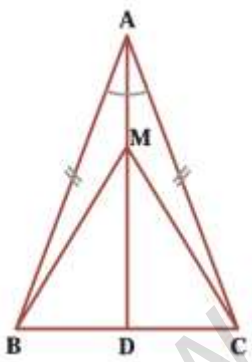
نام و نام خانوادگی:	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد مرزداران امتحانات **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴** www.sarayedanesh.com 021-2936	نام درس: ریاضی ۳ نام دبیر: آقای خاجی تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۱۷ ساعت امتحان: ۹:۰۰ صبح/ عصر مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
مقطع و رشته: متوسطه اول/ پایه نهم		
نام کلاس:		
شماره داوطلب:		
تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه		

نمره به عدد: نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر: تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	صحیح یا غلط بودن جملات زیر را مشخص کنید . الف) مجموعه اعداد گویا زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی است.(**صحیح / غلط**) ب) اگر a و b اعداد حقیقی مثبت باشند، آنگاه $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ (**صحیح /غلط**) پ) در یک استدلال هندسی، اگر از یک فرض نادرست نتیجه درست به‌دست آید، آن استدلال لزوماً صحیح است.(**صحیح / غلط**) ت) اگر $a^3=b^3$ و a,b اعداد حقیقی باشند، آنگاه $a=b$ (**صحیح / غلط**) ث) اجتماع دو مجموعه تهی برابر مجموعه تهی است(**صحیح / غلط**)	۲/۵
۲	الف) کدام گزینه نشان‌دهنده نمایش مجموعه اعداد صحیح بین -2 و 4 به‌صورت مجموعه است؟ ۱) $\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$ ۲) $\{-1,0,1,2,3\}$ ۳) $\{-2,-1,0,1,2,3\}$ ۴) $\{-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$ ب) مقدار $\sqrt{81}\times 3^{-2}$ برابر است با : ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۹ پ) اگر در مثلثی، دو زاویه برابر باشند و سوم 40° باشد، نوع مثلث چیست؟ ۱) متساوی‌الاضلاع ۲) متساوی‌الساقین ۳) قائم‌الزاویه ۴) حاده زاویه ت) کدام عبارت معادل $\sqrt{(x^2)^3}$ است (برای $x\geq 0$) ؟ ۱) x^3 ۲) x ۳) $x^{\frac{3}{4}}$ ۴) $x^{\frac{1}{3}}$ ث) اگر A و B دو مجموعه ناهم‌پوشان باشند و $\mid A \mid=3 , \mid B \mid=4$ ، آنگاه $\mid A\cup B \mid$ برابر است با : ۱) ۱ ۲) ۷ ۳) ۱۲ ۴) صفر	۲/۵

www.amoozeshmelli.com

ردیف	ادامه ی سؤالات	بارم
۳	الف) مجموعه اعداد حقیقی را با نماد ..... نمایش می‌دهیم. ب) اگر $a \neq 0$ و $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$، آنگاه $a^5 \cdot a^{-2} =$ _ . پ) اگر $A = \{1,2,3\}$ و $B = \{2,3,4\}$، آنگاه $A \cap B =$ _ . ت) معکوس عدد 5 برابر ..... است. ث) در یک استدلال هندسی، اگر از فرض «دو خط موازی‌اند» نتیجه «زاویه‌های متناظر برابرند» گرفته شود، نوع استدلال را ..... می‌نامیم.	۲/۵
۴	تعریف مجموعه تهی را بنویسید و یک مثال بیاورید.	۰/۷۵
۵	عدد $-\frac{27}{8}$ را به صورت توان با پایه مثبت و نمای کسری بنویسید (ریشه سوم را به‌کار ببرید).	۰/۷۵
۶	اگر $x^2 = 49$ ، مقادیر ممکن x را بنویسید.	۰/۵
۷	نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه روی نیمساز زاویه رأس از دو سر قاعده، برابر است MB=MC 	۱/۵
۸	ساده کنید: $\left(\frac{x}{y}\right)^{-5} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{3} =$ $(-4)^{-2} \times (-4)^{-3} =$	۱
۹	طرف دوم تساوی های زیر را کامل کنید . $1)\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} =$ $2)\mathbb{R} - \mathbb{Q}' =$ $3)\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} =$ $4)\mathbb{R} \cap \mathbb{Q}' =$	۱

www.amoozeshmelli.com

ردیف	ادامه ی سؤالات	بارم
۱۰	حاصل عبارت زیر رابه‌دست آورید. $\sqrt{(-3+\sqrt{10})^2}+\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}=$	۱/۵
۱۱	اگر $a^2=b^2$ و a,b اعداد حقیقی باشند، چه رابطه‌ای بین a و b برقرار است؟ (جواب کوتاه)	۰/۵
۱۲	ثابت کنید در هر مستطیل، قطرها با یکدیگر برابرند.	۱/۵
۱۳	اندازه یک باکتری $0/0000005$ متر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.	۰/۵
۱۴	حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید. $\sqrt{48}(\sqrt{2}+\sqrt{3})=$ $5\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{54}-4\sqrt[3]{128}=$	۲
۱۵	دو تاس قرمز و آبی را همزمان پرتاب میکنیم. احتمال این که مجموع اعداد دو تاس عدد یازده باشد، چقدر است؟	۱

جمع بارم : ۲۰ نمره

www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد مرزداران
کلید سؤالات **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴**

www.sarayedanesh.com

نام درس: ریاضی ۳
نام دبیر: آقای خاجی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۱/۰۷
ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح/ عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	صحیح غلط غلط صحیح غلط	
۲	الف) ۳ ب) ۱ پ) ۲ ت) ۱ ث) ۲	
۳	$\mathbf{4x^2-12xy+9y^2}$ $a^5 \cdot a^{-2} = a^{5-2} = a^3$ زیرا ($\mathbf{a^3}$) $\mathbf{\{2, 3\}}$ $\mathbf{\frac{1}{5}}$ یا «استدلال مستقیم استنتاجی	
۴	**تعریف و مثال :**مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد را مجموعهٔ تهی می‌نامیم؛ مثال: $\emptyset$ یا $x \mid x^2+1=0,$	
۵	$-\left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$ بنابراین به صورت توان با پایهٔ مثبت و نمای کسری $-\left(\left(\frac{3}{2}\right)^3\right)$: یا اگر خواسته شده با ریشهٔ سوم. $-\left(\sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right)^3$:	
۶	$x^2 = 49 \Rightarrow x = \pm 7.$	
۷	۱. چون مثلث متساوی‌الساقین است، زاویه‌های پایه برابرند: $\angle ABC = \angle ACB$ ۲. خط AD نیم‌ساز زاویه رأس $\angle BAC$ است، پس طبق تعریف، هر نقطه روی آن (مثل M (فاصله‌اش از دو ضلع زاویه برابر است **اگر آن فاصله‌ها عمود باشند** .اما اینجا داریم فاصله از دو رأس قاعده یعنی B و C. ۳. حالا از ویژگی تقارن مثلث استفاده می‌کنیم: ○ مثلث متساوی‌الساقین نسبت به نیم‌ساز زاویه رأس متقارن است. ○ پس اگر نقطه‌ای روی این نیم‌ساز باشد، تصویر آینه‌ای آن نسبت به ضلع‌های قاعده هم‌فاصله خواهد بود. ۴. بنابراین، چون M روی نیم‌ساز است و مثلث متقارن است، خطوط MB و MC دو ضلع از مثلث‌های متقارن‌اند: $\triangle ABM \cong \triangle ACM$ به‌دلیل:	

www.amoozeshmelli.com

- $AB = AC$
- $AM = AM$(مشترک)
- زاویه‌های بین این اضلاع برابرند (به‌خاطر نیم‌ساز)

۵. نتیجه:

$$MB = MC$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-5} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{3}$$

- قانون توان‌ها $a^m \times a^n = a^{m+n}$:
- پس:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-5+3} = \left(\frac{x}{y}\right)^{-2}$$

و چون توان منفی داریم:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)^{2}} = \frac{1}{\frac{x^2}{y^2}} = \frac{y^2}{x^2}$$

مثال دوم

$$(-4)^{-2} \times (-4)^{-3}$$

۸

- باز هم قانون توان‌ها:

$$(-4)^{-2+(-3)} = (-4)^{-5}$$

- تبدیل توان منفی:

$$(-4)^{-5} = \frac{1}{(-4)^{5}}$$

- حالا محاسبه:

$$(-4)^{5} = -1024$$

پس:

$$(-4)^{-5} = \frac{1}{-1024} = -\frac{1}{1024}$$

---

1) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$ ✅

- اجتماع اعداد طبیعی $\mathbb{N}$و صحیح $\mathbb{Z}$برابر با مجموعه اعداد صحیح است، چون $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$.

2) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$ ✅

- اگر منظور از $\mathbb{Q}'$مکمل اعداد گویا در اعداد حقیقی باشد (یعنی اعداد گنگ)، آنگاه:

$$\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$$

- چون با حذف اعداد گنگ از حقیقی، فقط اعداد گویا باقی می‌مانند.

3) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$ ✅

- اشتراک اعداد صحیح و طبیعی برابر با مجموعه اعداد طبیعی است، چون همه‌ی اعداد طبیعی جزو صحیح‌ها هستند.

4) $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}'$ ✅

- اشتراک اعداد حقیقی با مکمل اعداد گویا (یعنی اعداد گنگ) برابر با خود اعداد گنگ است، چون $\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$.

۹

www.amoozeshmelli.com

۱۰	**گام ۱: خاصیت رادیکال** $\sqrt{a^2} = \mid a \mid$ پس داریم: $= \mid -3 + \sqrt{10} \mid + \mid 2 - \sqrt{5} \mid$ **گام ۲: بررسی علامت‌ها** • برای $\sqrt{10} \approx 3.16 - 3 + 3.16 = 0.16 > 0 - 3 + \sqrt{10}$:پس: $\mid -3 + \sqrt{10} \mid = -3 + \sqrt{10}$ • برای $\sqrt{5} \approx 2.232 - 2.23 = -0.23 < 02 - \sqrt{5}$:پس: $\mid 2 - \sqrt{5} \mid = -(2 - \sqrt{5}) = \sqrt{5} - 2$ **گام ۳: ترکیب نتایج** $= (-3 + \sqrt{10}) + (\sqrt{5} - 2)$ $= \sqrt{10} + \sqrt{5} - 5$
۱۱	$a^2 = b^2 \Rightarrow a = \pm b$.
۱۲	**اثبات برابری قطرها در مستطیل با همنهشتی مثلث‌ها** فرض کنید مستطیل $ABCD$داریم؛ یعنی همه زاویه‌ها راست‌اند و اضلاع روبه‌رو برابرند$AB = CD$:و $BC = AD$. **ساخت مثلث‌ها** دو مثلث زیر را در نظر بگیرید: • **مثلث اول** $\triangle ABD$: • **مثلث دوم** $\triangle CBA$: **برقراری همنهشتی با معیار ضلع–زاویه–ضلع(SAS)** • **ضلع مشترک** AB **:**در هر دو مثلث وجود دارد. • **برابری اضلاع مقابل :**در مستطیل، اضلاع روبه‌رو برابرند، پس $AD = BC$. • **زاویه‌های راست و متناظر** $\angle BAD = 90°$ **:**و $\angle CBA = 90°$.این زاویه‌ها بین اضلاع مقایسه‌شده قرار دارند (بین ABو ADدر مثلث اول، و بین BCو ABدر مثلث دوم.(بنابراین با معیار SAS داریم: $\triangle ABD \cong \triangle CBA$ **نتیجه‌گیری** در همنهشتی بالا، ضلع‌های متناظر برابر می‌شوند؛ مخصوصاً قطرها: $BD = AC$ پس در هر مستطیل، قطرها با یکدیگر برابرند.
۱۳	$0/0000005 \text{ m} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$

www.amoozeshmelli.com

۱۴	✨عبارت اول $\sqrt{48}(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ ۱. تجزیه‌ی رادیکال: $\sqrt{48}=\sqrt{16\cdot 3}=4\sqrt{3}$ ۲. جایگذاری: $=(4\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ ۳. ضرب داخل پرانتز: $=4\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+4\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}$ $=4\sqrt{6}+4\cdot 3$ $=4\sqrt{6}+12$ ✨عبارت دوم $5\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{54}-4\sqrt[3]{128}$ ۱. تجزیه‌ی هر رادیکال: • $\sqrt[3]{54}=\sqrt[3]{27\cdot 2}=3\sqrt[3]{2}$ • $\sqrt[3]{128}=\sqrt[3]{64\cdot 2}=4\sqrt[3]{2}$ ۲. جایگذاری: $=5\sqrt[3]{2}+3(3\sqrt[3]{2})-4(4\sqrt[3]{2})$ $=5\sqrt[3]{2}+9\sqrt[3]{2}-16\sqrt[3]{2}$ ۳. جمع و تفریق ضرایب: $=(5+9-16)\sqrt[3]{2}$ $=-2\sqrt{2}$
۱۵	◆ گام ۱: فضای نمونه هر تاس ۶ حالت دارد، پس دو تاس با هم: حالت ممکن$6\times 6=36$ ◆ گام ۲: حالت‌های مطلوب (مجموع = ۱۱) برای مجموع ۱۱ باید جفت‌های زیر را داشته باشیم: • $(5,6)$ • $(6,5)$ یعنی فقط **۲ حالت مطلوب** وجود دارد. ◆ گام ۳: محاسبه احتمال $P=\frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد کل حالت‌ها}}=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

جمع بارم : ۲۰ نمره	نام و نام خانوادگی مصحح : آقای خاجی	امضاء:

www.amoozeshmelli.com