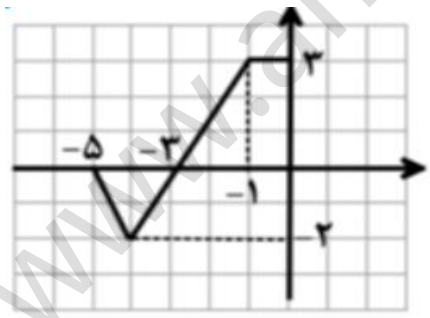
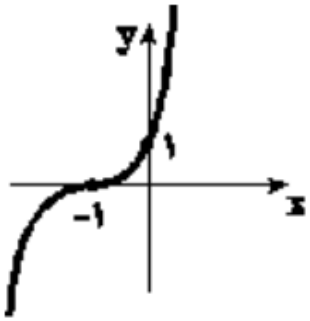
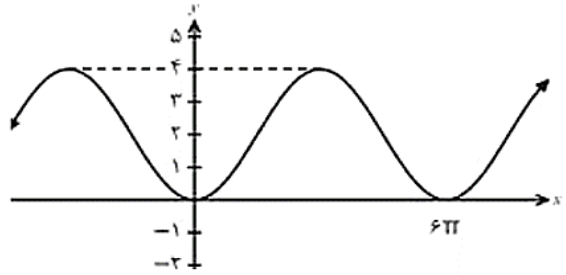
نام و نام خانوادگی:	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت امتحانات **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴** www.sarayedanesh.com 021-2936	نام درس: ریاضی (۳) تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶ ساعت امتحان: ۰۷:۳۰ صبح/عصر مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
مقطع و رشته: دوازدهم تجربی		
نام پدر:		
شماره داوطلب:		
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه		

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	با استفاده از ترکیب توابع، ثابت کنید $f(x)=\frac{۲x-۱}{۳}$, $g(x)=\frac{۳x+۱}{۲}$ وارون یکدیگرند.	۱
۲	ضابطه وارون تابع $f(x)=۱-\sqrt{x+۲}$ را به دست آورید.	۱
۳	اگر $f(x)=\sqrt{۳-۲x}$ ، $g(x)=\frac{۶}{۳x-۵}$ باشد، دامنه تابع $y=gof(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید	۱/۵
۴	نمودار تابع زیر را رسم کنید و بزرگترین بازه‌ای را مشخص کنید که تابع در آن اکیداً صعودی است. $f(x)=\begin{cases} x^۳+۱ & ; \ x>۱ \\ ۲ & ; -۲\le x\le \\ -۲x-۲ & ; \ x<-۲ \end{cases}$ تابع در کدام بازه اکیداً صعودی است؟	۱/۵
۵	فرض کنید $f(x)=۱+\sqrt{x-۲}$ و $g(x)=\sqrt{x+۱}$ می‌باشد. در این صورت $(gof)^{-۱}(۲)$ را بیابید.	۱
۶	نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه و برد تابع $g(x)=۲f(-x)$ را بنویسید. 	۱
۷	گر $f(x)=۲^x$ و $g(x)=x(۲-x)$ باشد، نمودار fog از نظر یکنوایی چگونه است؟	۱
۸	نمودار تابع $y=x^۳+ax^۲+bx+۱$ به صورت مقابل می‌باشد، $a+b$ کدام است؟ 	۱

www.amoozeshmelli.com

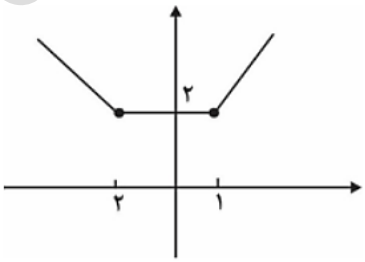
۹	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x)=a\cos(bx)+۲$ یا $f(x)=a\sin(bx)+۲$ است. با دقت در شکل نمودار و محاسبه مقادیر a و b، ضابطه مربوط به این تابع را به دست آورید.  	۱/۵
۱۰	نمودار تابع $y=۱-\tan x$ را در بازه $(-\frac{\pi}{۲},\frac{\pi}{۲})$ رسم کنید.	۱
۱۱	معادله مثلثاتی $\sin ۴x-\sin ۲x=۰$ را حل کنید.	۱
۱۲	اگر $\sin(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\frac{۱}{۳}$ باشد، مقدار $\cos ۲\alpha$ کدام است؟	۱
۱۳	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۱^+}\frac{۳x^۲-x-۲}{\lvert x^۲-۳x+۲\rvert}$	۱
۱۴	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۱}\frac{x-۱}{\sqrt[۳]{x}-۱}$	۱
۱۵	حاصل $\lim_{x\to(\frac{\pi}{۴})^+}\frac{۷\cos x}{\sin ۲x-۱}$ کدام است؟	۱
۱۶	اگر $\lim_{x\to-\infty}\frac{a\lvert x+۵\rvert+۵x-۹}{\lvert ۲-۳x\rvert+ax-۱۱}=۲$ باشد، مقدار a کدام است؟	۱
۱۷	در تابع $f(x)=x^۲+۱$ با استفاده از تعریف مشتق مقدار $f'(۳)$ را بیابید.	۱
۱۸	اگر $f(x)=۲x^۲-۳x$ باشد، با استفاده از تعریف، مقدار $f'(-۲)$ را محاسبه کنید، سپس معادله خط مماس بر منحنی تابع f در $x=-۲$ را بنویسید	۱/۵

جمع بارم : ۲۰ نمره

www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴
www.sarayedanesh.com
021-2936

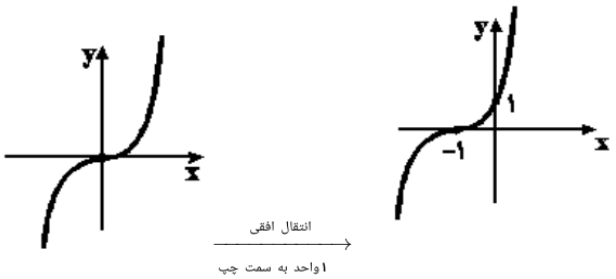
نام درس: ریاضی(۳) دوازدهم تجربی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
ساعت امتحان: ۰۷:۳۰ صبح/ عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$fog(x)=f(g(x))=\frac{۲g(x)-۱}{۳}=\frac{۳x+۱-۱}{۳}x\ (x\in D_g)$ $gof(x)=g(f(x))=\frac{۳f(x)+۱}{۲}=\frac{۲x-۱+۱}{۲}=x\ (x\in D_f)$ پس f و g وارون یکدیگرند.	
۲	$y=۱-\sqrt{x+۲}\Rightarrow\sqrt{x+۲}=۱-y\Rightarrow x+۲=(۱-y)^۲$ $\Rightarrow x=(۱-y)^۲-۲\Rightarrow f^{-۱}(x)=(۱-x)^۲-۲$	
۳	$D_f=(-\infty,\frac{۳}{۲}]\quad D_g=\mathbb{R}-\{\frac{۵}{۳}\}$ $D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}=\{x\in(-\infty,\frac{۳}{۲}] \mid \sqrt{۳-۲x}\neq\frac{۵}{۳}\}$ $=(x\leq\frac{۳}{۲} \mid x\neq\frac{۱}{۹}\}=\{-\infty,\frac{۳}{۲}]-\{\frac{۱}{۹}\}$	
۴	 $[۱,+\infty)$	
۵	$(gof)^{-۱}(۲)=(f^{-۱}og^{-۱})(۲)=f^{-۱}(\underbrace{g^{-۱}(۲)}_{۳})=۶$	
۶	$D_g=[۰,۵]\ ,\ R_g=[-۴,۶]$	
۷	اگر f صعودی و g نزولی باشد، fog نزولی است. همچنین اگر f و g هر دو صعودی باشند fog نیز صعودی است. در تابع $f(x)=ax^۲+bx+c\ (a<۰)$ اگر $x\leq-\frac{b}{۲a}$ باشد، تابع f صعودی و اگر $x>-\frac{b}{۲a}$ باشد، نزولی است. حال تابع $f(x)=۲^x$ یک تابع صعودی است و روی بازه $(\infty,۱]$ تابع $g(x)=x(۲-x)$ نیز صعودی است. در نتیجه تابع fog صعودی است. همچنین تابع g به ازای $x\in[۱,+\infty)$ یک تابع نزولی است، پس fog نزولی است. در نتیجه تابع fog ابتدا صعودی و سپس نزولی است.	

www.amoozeshmelli.com

۸

نمودار مورد نظر، مربوط به تابع $y=(x+۱)^۳$ می‌باشد.



$$y=(x+۱)^۳=x^۳+۳x^۲+۳x+۱ \quad \Rightarrow \begin{cases} a=۳ \\ b=۳ \end{cases} \Rightarrow a+b=۶$$

۹

$$\begin{cases} \underbrace{|a|+۲=۴ \Rightarrow |a|=۲}_{۰.۲۵} \xrightarrow{a<۰} \underbrace{a=-۲}_{۰/۲۵} \\ \underbrace{|a|=\frac{۴-۰}{۲}=۲}_{۰.۲۵} \xrightarrow{a<۰} \underbrace{a=-۲}_{۰/۲۵} \end{cases}$$

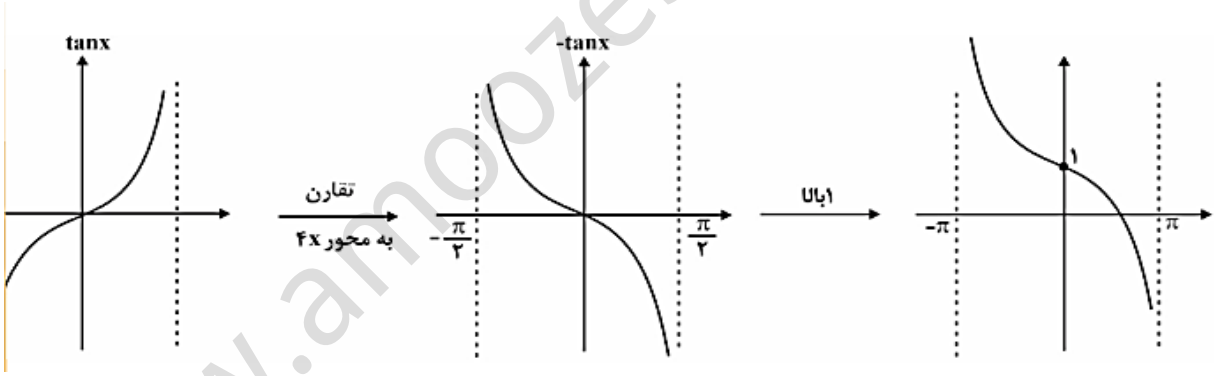
$$\underbrace{T=\frac{۲\pi}{|b|}=۶\pi \Rightarrow b=\frac{۲\pi}{۶\pi}=\pm\frac{۱}{۳}}_{۰/۲۵}(۰/۲۵) \quad *$$

تشخیص این که تابع کسینوسی است:

$$f(x)=-۲\cos(\frac{x}{۳})+۲(۰/۲۵)$$

۱۰

$y=-\tan x+۱$



۱۱

$$\sin ۴x=\sin ۲x \Rightarrow \begin{cases} ۴x=۲k\pi+۲x \Rightarrow x=k\pi \\ ۴x=۲k\pi+\pi-۲x \Rightarrow x=\frac{k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۶} \end{cases}$$

۱۲

$$\sin(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=\frac{-۱}{۳} \Rightarrow \cos\alpha=-\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow \cos^۲\alpha=\cos^۲\alpha-۱=۲(\frac{-۱}{۳})^۲-۱=\frac{۲}{۹}-۱=\frac{-۷}{۹}$$

۱۳

$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{۳x^۲-x-۲}{|\underbrace{x^۲-۳x+۲}|}=\lim_{x\to ۱^+}\frac{۳x^۲-x-۲}{-(x-۱)(x-۲)}=$$

$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{(x-۱)(۳x+۲)}{(x-۱)(x-۲)}=\lim_{x\to ۱^+}\frac{۳x+۲}{۲-x}=۵$$

عبارت منفی است

www.amoozeshmelli.com

۱۴

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}=\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}=3$$

۱۵

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{4})^+}\frac{2\cos x}{\sin 2x-1}=\lim_{x\to(\frac{\pi}{4})^+}\frac{2\times(\frac{\sqrt{2}}{2})}{1^- -1}$$

$$=\frac{\text{عددمثبت}}{}=-\infty$$

۱۶

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{a|x+5|+5x-9}{|2-3x|+ax-11}=\lim_{x\to-\infty}\frac{a(-x-5)+5x-9}{2-3x+ax-11}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{(-a+5)x-5a-9}{(a-3)x-9}=\lim_{x\to-\infty}\frac{(-a+5)x}{(a-3)x}$$

$$=\frac{-a+5}{a-3}=2\Rightarrow -a+5=2a-6\Rightarrow 3a=11\Rightarrow a=\frac{11}{3}$$

۱۷

$$f'(3)=\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}\ (0/25)=\lim_{x\to 3}\frac{x^2+1-10}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}\ (0/25)$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{(x-3)}}=3+3=6\ (0/25)$$

۱۸

$$f'(-2)=\lim_{x\to -2}\frac{f(x)-f(-2)}{x-(-2)}=\lim_{x\to -2}\frac{2x^2-3x-14}{x+4}$$

$$=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(2x-7)}{(x+2)}-9=-11$$

$y=-11x-8$ معادله‌خط مماس $x=-2\to y=14$

$\Rightarrow A(-2,14)\to$

جمع بارم : ۲۰ نمره	**نام و نام خانوادگی مصحح :**	**امضاء:**

www.amoozeshmelli.com