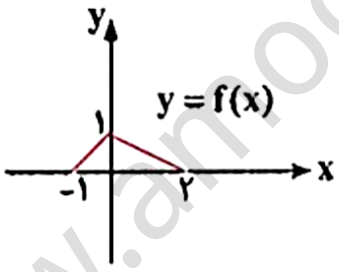
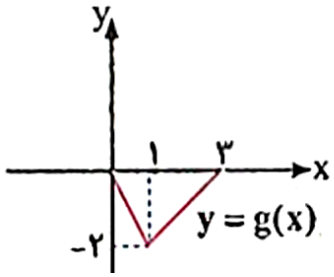
نام و نام خانوادگی: .....
مقطع و رشته: دوازدهم تجربی
نام پدر: .....
شماره داوطلب: .....
تعداد صفحه سؤال: ۲صفحه

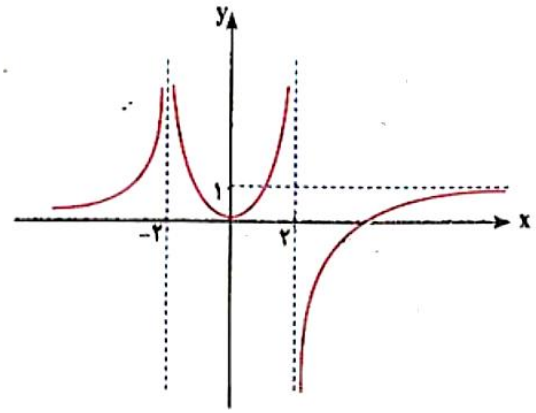
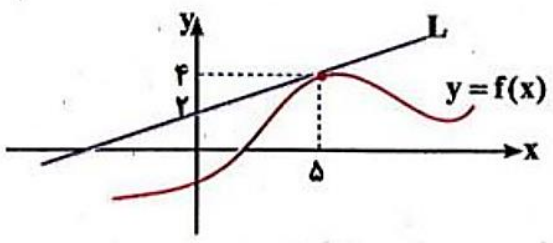
جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
امتحانات **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴**
www.sarayedanesh.com
۰۲۱-۲۹۳۶

نام درس: ریاضی۳
نام دبیر: مرضیه بختیاری
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
ساعت امتحان: ۰۸:۳۰ صبح/ عصر
مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	جاهای خالی را پر کنید الف)تعریف $\{x\epsilon D_f \mid f(x)\epsilon D_g\}$ دامنه ی تابع ---------- را نشان میدهد. ب)نقطه ی (۸,۶-) روی $y=f(x)$ با نقطه ی $(-۸,۱۲)$ روی $y=\frac{۱}{۲}f(x)$ متناظر است . ج)تغییرات تابع تانژانت در ربع سوم برابر ---------- است.	۱/۵
۲	مقادیر a را طوری پیدا کنید که تابع $f(x)=\begin{cases} x+۲ & ;x\le ۲ \\ ۲x+a & ;x>۲ \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی اکیدا صعودی باشد .	۱
۳	اگر $f(x)=۳\sqrt{x}+۲$ و $f(g(x))=۳x^۲-۴$ ضابطه ی g(x) را بدست آورید.	۱
۴	نمودار $y=f(x)$ و $y=af(x-b)$ داده شده است مقادیر a,b را مشخص می کند.  	۱/۵
۵	اگر $y=\sqrt{x-۲}-۲$ باشد وارون تابع را بنویسید و آن را رسم کنید و دامنه و برد آن را بدست آورید .	۱
۶	اگر دامنه ی تابع $y=f(x)$ بصورت باشد دامنه تابع $y=۲f(۱+۲x)+۳$ را حساب کنید .	۱
۷	ضابطه تابع $y=asinbx$ بنویسیدکه مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن ۳- و دوره تناوب آن π است.	۱
۸	نمودار تابع $y=tan\frac{x}{۲}$ را در یک دوره تناوب رسم کنید	۱

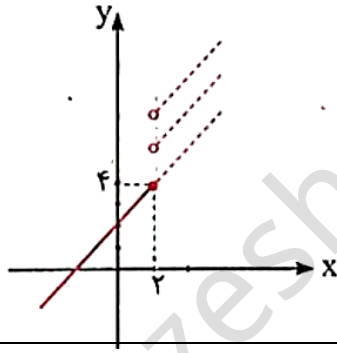
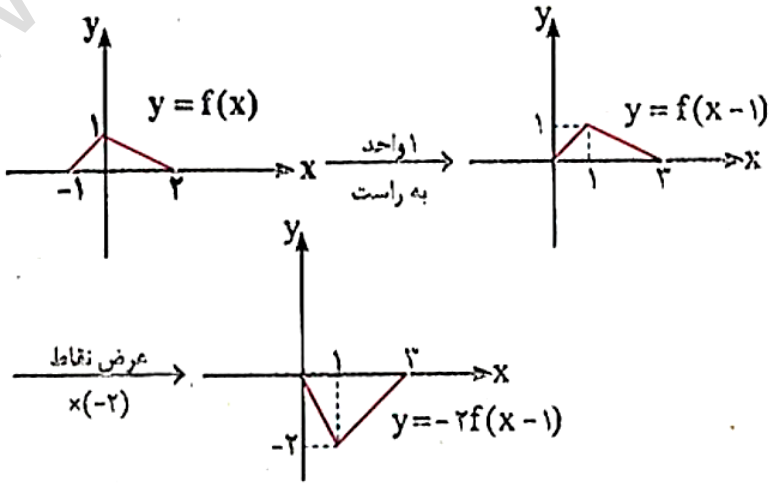
www.amoozeshmelli.com

ردیف	سؤالات	بارم
۹	معادله های زیر را حل کنید . الف) $cos\,۲x = sinx$ ب) $sin^۲x - ۳cosx - ۳ = ۰$	۱/۵
۱۰	جواب معادله زیر را در بازه داده شده، تعیین کنید. $cosx = \frac{۱}{۲} \qquad x \in (۰, \pi)$	۱/۵
۱۱	با توجه به شکل مقابل حد های زیر را پیدا کنید .  الف) $\lim_{x\to -۲} x\,f(x)$ ب) $\lim_{x\to ۲} f^۲(x)$	۱/۵
۱۲	اگر $\lim_{x\to\infty}((a-۳)x+b-۱) = ۴$ مقادیر a , b را تعیین کنید .	۱/۵
۱۳	حاصل حدهای زیر را به‌دست آورید. الف) $\lim_{x\to -\infty} \frac{x^۲ - ۲x\lvert x\rvert}{۶x^۲+۱}$ پ) $\lim_{x\to -\infty} \frac{۲x^۲ + \sqrt{x^۴+۲x+۱}}{۳x^۲}$ ت) $\lim_{x\to -۶} \frac{۳x}{(x+۶)^۲}$ ث) $\lim_{x\to -۶} \frac{[x]}{\lvert ۳x+۱\rvert}$	۲
۱۴	با استفاده از تعریف مشتق مشتق تابع $y = x^۲ - ۳x$ را در نقطه $x = ۲$ بیابید .	۱/۵
۱۵	فرض کنیم خط L مماس بر نمودار تابع f در نقطه ی $(۵,۴)$ است $f(۵)\,,\,f'(۵)$ را بدست آورید .  	۱/۵
جمع بارم: ۲۰ نمره		

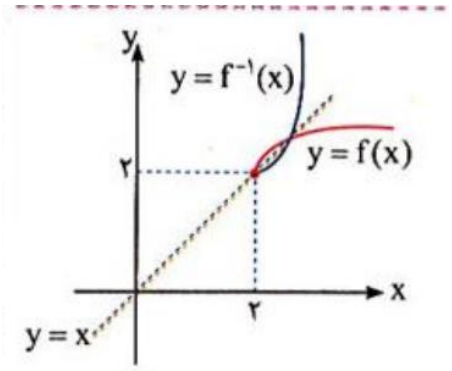
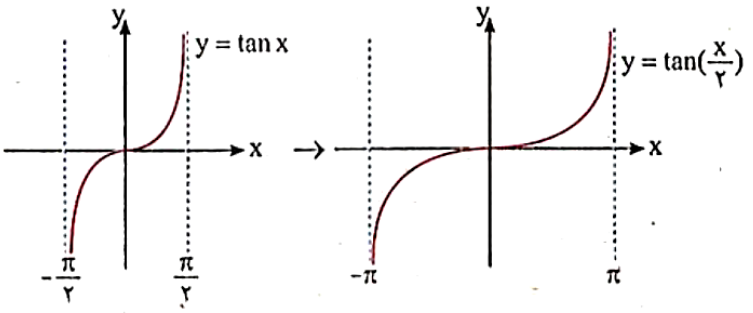
www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحدفلسطین
کلید سؤالات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵
www.sarayedanesh.com

نام درس: .ریاضی۳
نام دبیر:مرضیه بختیاری
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
ساعت امتحان:۰۸:۳۰ صبح/عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر	بارم
۱	جاهای خالی را پر کنید الف) پایین تر ب) gof ج) برابر πاست		۱/۵
۲	روی $\mathbb{R}$ صعودی باشد، باید عرض تابع $2x+a$ به ازای $x=2$ برابر ۴ یا بیش‌تر باشد (شکل را نگاه کنید.) با جای‌گذاری $x=2$ در $2x+a$ داریم:  $2(2)+a\geq 4 \Rightarrow a\geq 0$		۱
۳	محاسبه می‌شود. $f(g(x))=3\sqrt{g(x)}+2$ با مساوی هم قرار دادن ضابطهٔ به‌دست آمده و ضابطه $f(g(x))=3x^2-4$ در سوال داریم: $3\sqrt{g(x)}+2=3x^2-4\Rightarrow 3\sqrt{g(x)}=3x^2-6$ با تقسیم بر ۳ کردن دو طرف تساوی داریم: $\sqrt{g(x)}=x^2-2\Rightarrow g(x)=(x^2-2)^2$		۱
۴	 بنابراین $a=-2$ و $b=1$ است.		۱/۵

www.amozeshmelli.com

۱	 با توجه به نمودار، دامنه و برد توابع f و f^{-1} به‌صورت زیر است: $D_f = R_{f^{-1}} = [۲,+\infty)$ و $R_f = D_{f^{-1}} = [۲,+\infty)$ حال ضابطهٔ f^{-1} را محاسبه می‌کنیم: $f(x)=\sqrt{x-۲}+۲ \Rightarrow y=\sqrt{x-۲}+۲ \Rightarrow y-۲=\sqrt{x-۲}$ $\Rightarrow (y-۲)^۲ = x-۲ \Rightarrow x=(y-۲)^۲+۲$ $\xrightarrow{y,x \text{ تعویض جای}} y=(x-۲)^۲+۲ \Rightarrow f^{-1}(x)=(x-۲)^۲+۲$	۵
۱	دامنهٔ تابع $f(x)$، $(-۱,۲]$ است، پس: $-۱ < ۱+۲x \le ۲ \xrightarrow{-۱} -۲ < ۲x \le ۱$ $\xrightarrow{+۲} -۱ < x \le \frac{۱}{۲} \longrightarrow D_y = (-۱,\frac{۱}{۲}]$	۶
۱	$T=\frac{۲\pi}{\lvert b\rvert}$ ، $\max(y)=\lvert a\rvert+c$ ، $\min(y)=-\lvert a\rvert+c$ حال داریم: $T=\frac{۲\pi}{\lvert b\rvert}=\pi \Rightarrow \lvert b\rvert=۲ \Rightarrow b=\pm ۲$ $\lvert a\rvert=\frac{\max-\min}{۲}=\frac{۳-(-۳)}{۲}=\frac{۶}{۲}=۳ \Rightarrow a=\pm ۳$ $c=\frac{\max+\min}{۲}=\frac{۳+(-۳)}{۲}=۰$ پس ضابطهٔ تابع می‌تواند به شکل‌های زیر باشد: $y=\pm ۳\sin(\pm ۲x)$	۷
۱	$T=\frac{\pi}{\lvert a\rvert}=\frac{\pi}{\lvert \frac{۱}{۲}\rvert}=۲\pi$ یک دوره تناوب این تابع دو برابر یک دوره تناوب تابع $y=\tan x$ است، پس: 	۸

www.ameozeshmelli.com

۹	ب) $\cos(2x)=\sin x \Rightarrow 1-2\sin^2 x=\sin x \Rightarrow 2\sin^2 x+\sin x-1=0$ با فرض $\sin x=t$ و بازنویسی معادله داریم: $2t^2+t-1=0$ معادله درجه دوم به دست آمده را به روش کلی (Δ) حل می‌کنیم: $\Delta=(1)^2-4(2)(-1)=9,\ t=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{4}\Rightarrow\begin{cases}t=\frac{1}{2}\\ t=-1\end{cases}$ با توجه به اینکه $\sin x=t$ بوده باید معادلات $\sin x=\frac{1}{2}$ و $\sin x=-1$ را حل کنیم: $\begin{cases}\sin x=-1\xrightarrow{\text{جواب خاص}}x=2k\pi-\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{cases}$ چون $\sin(\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$ است، پس می‌توان معادله را به‌صورت $\sin x=\sin(\frac{\pi}{6})$ نوشت: ۱) $x=2k\pi+\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z}$ ۲) $x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{5\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z}$	۱/۵
۱۰	$\cos(2x)=\cos(\frac{\pi}{3})\Rightarrow 2x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ $\Rightarrow\begin{cases}1)\ 2x=2k\pi+\frac{\pi}{3}\xrightarrow{\div 2}x=k\pi+\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z}\\ 2)\ 2x=2k\pi-\frac{\pi}{3}\xrightarrow{\div 2}x=k\pi-\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z}\end{cases}$ پس با جایگذاری مقادیر صحیح k به جواب‌های موجود در بازهٔ $(0,\pi)$ می‌رسیم: $k=0\Rightarrow x=\frac{\pi}{6},\ k=1\Rightarrow x=\frac{5\pi}{6}$	۱/۵
۱۱	$\lim_{x\to-2}xf(x)=\lim_{x\to-2}x\times\lim_{x\to-2}f(x)=-2(+\infty)=-\infty$ ب) با توجه به نمودار تابع f، تساوی‌های $\lim_{x\to2^+}f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to2^-}f(x)=+\infty$ برقرار است، پس:	۱/۵
۱۲	$\lim_{x\to2^+}f^2(x)=\lim_{x\to2^+}f(x)\times\lim_{x\to2^+}f(x)=(-\infty)\times(-\infty)=+\infty$	۱/۵
۱۳	حاصل حدهای زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to2^-}f^2(x)=\lim_{x\to2^-}f(x)\times\lim_{x\to2^-}f(x)=(+\infty)\times(+\infty)=+\infty$ - بنابراین $\lim_{x\to2}f^2(x)=+\infty$ است. الف) $=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2}{6x^2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$	۲

www.amoozeshmelli.com

ب)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2+\sqrt{x^4+2x+1}}{3x^2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2+\sqrt{x^4}}{3x^2}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2+|x^2|}{3x^2}$$

ج)

$$\lim_{x\to-6}\frac{3x}{(x+6)^2}=\frac{3(-6)}{0^+}=\frac{-18}{0^+}=-\infty$$

د)

$$\lim_{x\to(\frac{-1}{3})}\frac{[x]}{|3x+1|}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

۱۴

۱/۵

$$f'(2)=\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{x^2-3x-(-2)}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{x^2-3x+2}{x-2}$$

چون این حد دارای ابهام است، عبارت موجود در صورت کسر را تجزیه کرده و عامل ابهام را ساده می‌کنیم:

۱۵

$$f'(2)=\lim_{x\to2}\frac{x^2-3x+2}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x-1)}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to2}x-1=1$$

۱/۵

$f(5)=4$ است.

برای به‌دست آوردن $f'(5)$، کافی است شیب خط مماس بر تابع را در نقطهٔ $x=5$ یعنی همان خط L را محاسبه کنیم.

دو نقطهٔ $(5,4)$ و $(0,2)$ روی خط L واقع شده‌اند، برای به‌دست آوردن شیب خط L داریم:

$$f'(5)=m_L=\frac{4-2}{5-0}=\frac{2}{5}$$

www.amoozeshmelli.com

جمع بارم: ۲۰ نمره

www.amoozeshmelli.com