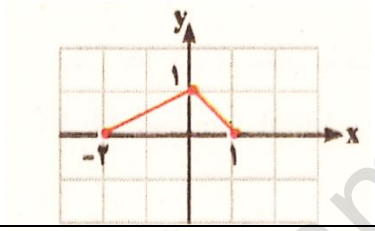
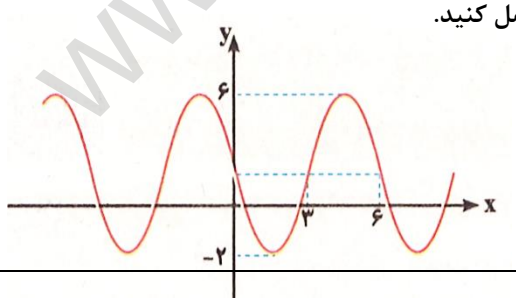
نام و نام خانوادگی: .....
مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
نام پدر: .....
شماره داوطلب: .....
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

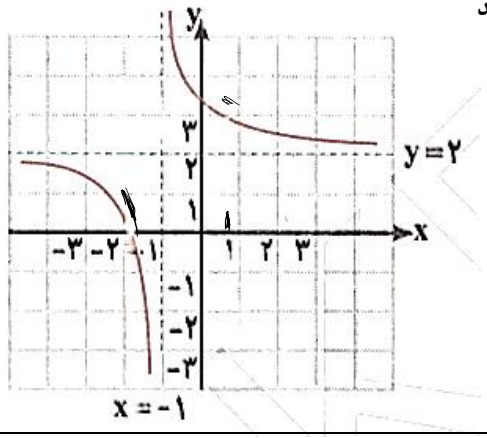
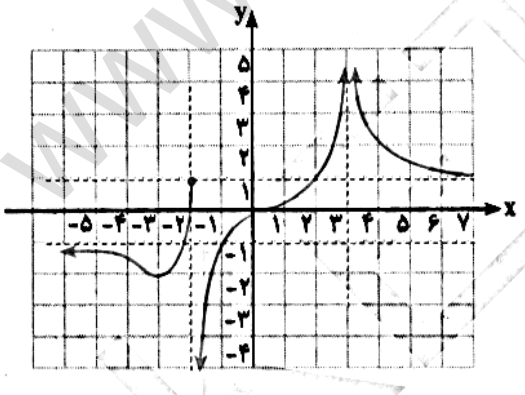
جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
امتحانات **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۴-۱۴۰۵**
www.sarayedanesh.com
۰۲۱-۲۹۳۶

نام درس: حسابان۲
نام دبیر: مرضیه بختیاری
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
ساعت امتحان: ۰۸:۳۰ صبح/ عصر
مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سوالات	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید الف)اگر $0 < k < 1$ نمودار تابع $y = f(\frac{1}{k}x)$ از ------- افقی نمودار تابع $y = f(x)$ بدست می آید.(انقباض یا انبساط) ب)اگر تابع $y = ax + 1$ هم صعودی و هم نزولی باشد a برابر ------ است . ج)دوره تناوب $cos^4x - sin^4x$ برابر با--------- است . د)جواب کلی معادله $cosx = -1$ برابر ---------- است	۱
۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف)نمودار $y = (-x + 3)^3$ را میتوان با سه واحد انتقال نمودار $y = -x^3$ به راست رسم کرد. ب)هر تابع یکنوا یک به یک است . ج)تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است د)فقط دو زاویه وجود دارد که سینوس زاویه آن $\frac{2}{5}$ است	۱
۳	*نقطه ی $A = (-2, 2)$ روی نمودار $y = \frac{f(x-2)}{2} - 1$ متناظر با چه نقطه ای روی $y = -f(2x - 1)$ هست ؟ ابتدا به f(x) ببرید .*	۱/۵
۴	اگر نمودار $y = f(-x + 2)$ به شکل زیر باشد نمودار $y = f(2x + 1)$ را رسم کنید . 	۱/۵
۵	اگر $log(x + 1) \leq log(2x - 3)$ حدود x را پیدا کنید.	۱/۵
۶	اگر باقیمانده تقسیم $x^3 + x^2 + ax + b$ بر $x - 1$ و $x + 1$ به ترتیب ۴ و ۶ باشد باقیمانده تقسیم بر $x - 2$ را بیابید	۱/۵
۷	نمودار زیر مربوط به تابع با ضابطه ی $y = asin(bx) + c$ است . ضابطه را کامل کنید. 	۱/۵
۸	تابع سینوس و تانژانت را در ربع اول مقایسه کنید (کدام بزرگتر است)	۱/۵
۹	دامنه ی تابع $y = 2sin3x - tan(\pi x + \frac{\pi}{6})$ را پیدا کنید	۱/۵
۱۰	معادلات زیر را حل کنید الف) $cos2x - 3sinx + 4 = 0$ در $(-\pi, \frac{\pi}{2})$ ب) $\sqrt{3}tanx - 1 = 0$	۱/۵

www.amoozeshmelli.com

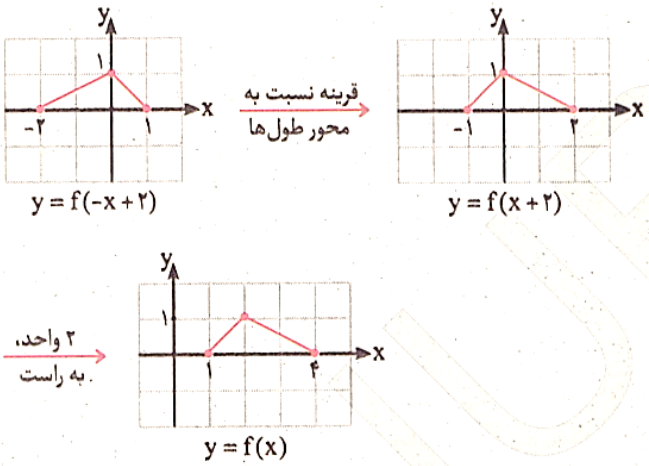
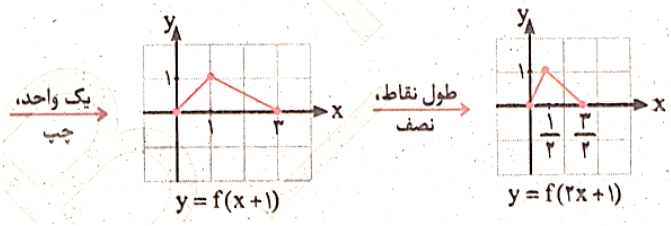
۱۱	نمودار $y=\frac{1}{x+\lvert x\rvert}$ را در اطراف مجانب قائمش رسم کنید .	۱/۵
۱۲	نمودار تابع $f(x)=\frac{(a+1)x+7}{2x+b}$ به شکل رو برو است مقادیر $a+b$ را پیدا کنید  	۱/۵
۱۳	حد های زیر را حساب کنید الف) $\lim_{x\to 1^-}\frac{[x]-1}{\sqrt{x^2-4}}$ ب) $\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{(x-2)^2}$ ج) $\lim_{x\to(-5)^-}\frac{x^2+2x-15}{x^2+10x+25}$	۱/۵
۱۴	حدود زیر را حساب کنید . الف) $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+2x+3}-x}{3x-1}$ ب) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x^2+5x}+3x}$ ج) $\lim_{x\to+\infty}\frac{3\sqrt{x+1}+\sqrt{4x-1}}{\sqrt{9x+2}-\sqrt{x+5}}$	۱/۵
۱۵	حدود زیر را با توجه به تابع $f(X)$ رسم شده بدست آورید .  أ) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x\to 3} f(x)$ پ) $\lim_{x\to(-2)^-} f(x)$ ت) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$	۱/۵
	موفق باشید — جمع بارم :۲۰ نمره	

www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحدفلسطین
کلید سؤالات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

www.sarayedanesh.com

نام درس: حسابان۲
نام دبیر: مرضیه بختیاری
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰ / ۰۶
ساعت امتحان: ۰۸:۳۰صبح/ عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح			محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) انقباض	ب) صفر	ج) π	د) $(۲k+)\pi$
۲	الف) درست	ب) درست	ج) نادرست	د)نادرست
۳	بنابراین: $-۲=f(\frac{-۲-۲}{۲})-۱\Rightarrow -۱=f(-۲)$ حال با توجه به $y=-f(۲x-۱)$ ، داریم: $\begin{cases} f(-۲)=-۱ \\ f(۲x-۱)=-y \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} ۲x-۱=-۲\Rightarrow x=\frac{-۱}{۲} \\ -y=-۱\Rightarrow y=۱ \end{cases}$ $\Rightarrow$ نقطهٔ متناظر : $(-\frac{۱}{۲},۱)$			
۴	ابتدا با استفاده از نمودار $y=f(-x+۲)$ ، نمودار تابع $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم:  حل با توجه به نمودار $f(x)$ به‌دست آمده، نمودار تابع $y=f(۲x+۱)$ را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:  			

www.amoozeshmelli.com

۵	طبق مطالب درسنامه داریم: $\log_a^x > \log_a^y \xrightarrow{a>1} x > y$ در این‌جا چون مبنا، یعنی عدد ۱۰، از یک بیش‌تر است، جهت نامساوی تغییر نمی‌کند: $\log(x+1) \le \log(2x-3) \Rightarrow x+1 \le 2x-3 \Rightarrow 4 \le x$ حال، دامنه را به‌دست می‌آوریم: $x+1>0 \Rightarrow x>-1 \quad , \quad 2x-3>0 \Rightarrow x>\frac{3}{2}$ از اشتراک محدوده‌های $x \ge 4$ ، $x>\frac{3}{2}$ و $x>-1$ ، مجموعه جواب به‌صورت بازهٔ $[4,+\infty)$ حاصل می‌شود.
۶	چون باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)=x^3+ax^2+bx+2$ بر $x+2$ و $x-1$ برابر صفر در نظر می‌گیریم: $x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow P(-2)=0 \Rightarrow -8+4a-2b+2=0$ $\Rightarrow 4a-2b=6 \xrightarrow{\div 2} 2a-b=3$ $x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow P(1)=0 \Rightarrow 1+a+b+2=0 \Rightarrow a+b=-3$ با حل دستگاه زیر، a و b را به‌دست می‌آوریم: $\begin{cases} 2a-b=3 \\ a+b=-3 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 3a=0 \Rightarrow a=0 \Rightarrow b=-3$
۷	ماکزیمم و مینیمم تابع به‌ترتیب ۶ و ۲- است. بنابراین: $\begin{cases} \lvert a\rvert+c=6 \\ -\lvert a\rvert+c=-2 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 2c=4 \Rightarrow c=2 \Rightarrow \lvert a\rvert=4$ فاصلهٔ بین ۳ تا ۶، برابر نصف دورهٔ تناوب است: $\frac{1}{2}T=6-3 \Rightarrow \frac{1}{2}T=3 \Rightarrow T=6$ $\Rightarrow \frac{2\pi}{\lvert b\rvert}=6 \Rightarrow \lvert b\rvert=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$ با شروع از محور yها، نمودار نزولی و به‌صورت ∿ است (حالت فرینهٔ $\sin x$)، پس $ab<0$ و در نتیجه یا $a=4$ و $b=\frac{-\pi}{3}$ یا $a=-4$ و $b=\frac{\pi}{3}$ می‌شود. $\Rightarrow y=4\sin(\frac{-\pi}{3}x)+2=-4\sin(\frac{\pi}{3}x)+2$
۸	تابع سینوس کمتر است
۹	$\pi x+\frac{\pi}{6} \ne k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow \pi x \ne k\pi+\frac{\pi}{3} \Rightarrow x \ne k+\frac{1}{3}$ $\Rightarrow D_y=\mathbb{R}-\{k+\frac{1}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\}$

www.amoozeshmelli.com

۱۰

الف

$$\cos 2x - 3\sin x + 4 = 0 \Rightarrow (1 - 2\sin^2 x) - 3\sin x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow -2\sin^2 x - 3\sin x + 5 = 0$$

با تغییر متغیر $\sin x = t$، می‌توان معادلهٔ بالا را به معادلهٔ درجه دوم $-2t^2 - 3t + 5 = 0$ تبدیل کرد. جواب‌های این معادله $t = 1$ و $t = -\frac{5}{2}$ است. بنابراین جواب‌های معادله، از حل $\sin x = 1$ و $\sin x = \frac{-5}{2}$ به‌دست می‌آیند. ازآن‌جاکه $\sin x = \frac{-5}{2}$ جواب ندارد (زیرا $-1 \le \sin x \le 1$ است.) فقط جواب‌های معادلهٔ $\sin x = 1$ را به‌دست می‌آوریم:

ب

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

جواب‌های معادله $\tan x = \tan \alpha$ به‌صورت $x = k\pi + \alpha$ هستند. بنابراین:

$$\sqrt{3}\tan x - 1 = 0 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}\ ,\ (k \in \mathbb{Z})$$

۱۱

در دو حالت $x > 0$ و $x \le 0$، تابع را ساده می‌کنیم:

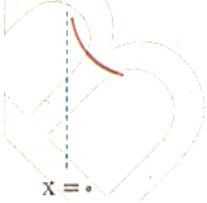
$$x \le 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x - x} = \frac{1}{0} \Rightarrow \text{تعریف نشده}$$

$$x > 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x + x} = \frac{1}{2x}$$

بنابراین ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x) = \frac{1}{2x}; x > 0$ حاصل می‌شود. در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{2x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ مجانب قائم}$$

پس $x = 0$ مجانب قائم $y = f(x)$ است. چون همسایگی چپ $x = 0$ در دامنه قرار ندارد، پس نمودار به صورت مقابل می‌شود:



۱۲

ریشهٔ مخرج است: $2x + b = 0 \xrightarrow{x=-1} -2 + b = 0 \Rightarrow b = 2$

از طرفی چون $y = 2$ مجانب افقی تابع است حد تابع در بی‌نهایت برابر با ۲ است:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \to \infty} \frac{(a+1)x + 7}{2x + b} = 2$$

$$\xrightarrow{\text{جمله پرتوان}} \lim_{x \to \infty} \frac{(a+1)x}{2x} = 2 \Rightarrow \frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a + 1 = 4$$

$$\Rightarrow a = 3$$

www.amoozeshmelli.com

۱۳

الف

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{[x]-1}{(x-1)^2}=\lim_{x\to 1^-}\frac{-1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(0^-)^2}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

ب

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{(x-2)^2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x+2}{x-2}$$

$$=\frac{4}{0^+}=+\infty$$

ج

$$\lim_{x\to(-5)^-}\frac{x^2+2x-15}{x^2+10x+25}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to(-5)^-}\frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)}$$

$$=\lim_{x\to(-5)^-}\frac{x-3}{x+5}=\frac{-8}{0^-}=+\infty$$

۱۴

الف)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+2x+3}-x}{3x-1}\overset{\text{پرتوان}}{=}\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2}-x}{3x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|-x}{3x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x-x}{3x}=\frac{-2}{3}$$

ب)

در عبارت صورت کسر، درجهٔ $3x$ از $\sqrt[3]{x}$ بیشتر و در عبارت زیر رادیکال، درجهٔ x^2 از $5x$ بیشتر است. بنابراین:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x^2+5x}+3x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x}{\sqrt{x^2}+3x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x}{|x|+3x}$$

وقتی $x\to-\infty$ ، $|x|=-x$ می‌شود، در نتیجه داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x}{-x+3x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x}{2x}=\frac{3}{2}$$

ج)

www.amoozeshmelli.com

	$\lim_{x\to+\infty}\frac{۳\sqrt{x+۱}+\sqrt{۴x-۱}}{\sqrt{۹x+۲}-\sqrt{x+۵}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۳\sqrt{x}+۲\sqrt{x}}{۳\sqrt{x}-\sqrt{x}}$ $=\lim_{x\to+\infty}\frac{۵\sqrt{x}}{۲\sqrt{x}}=\frac{۵}{۲}$
۱۵	آ) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-۱$ ب) $\lim_{x\to۳} f(x)=+\infty$ پ) $\lim_{x\to(-۲)^-} f(x)=۱$ ت) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=۱$

جمع بارم : ۲۰ نمره	نام و نام خانوادگی مصحح :	امضاء:

www.amoozeshmelli.com