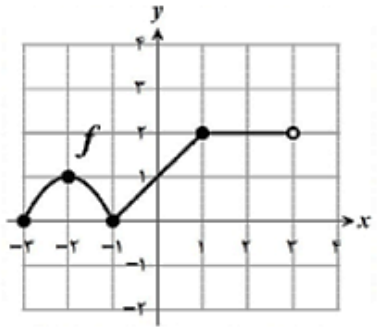
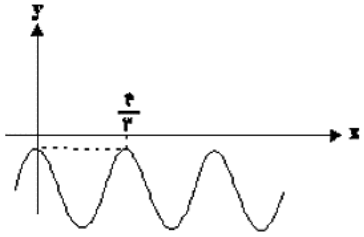
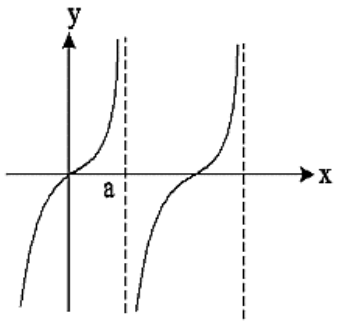
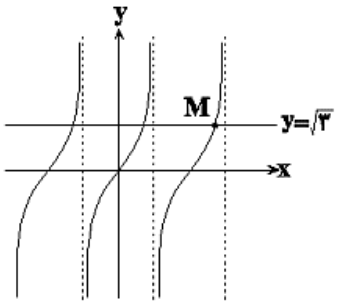
نام و نام خانوادگی:	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت امتحانات **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴** www.sarayedanesh.com 021-2936	نام درس: حسابان(۲) تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/ ۰۶ ساعت امتحان: ۰۷ : ۳۰ صبح/ عصر مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی		
نام پدر:		
شماره داوطلب:		
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه		

نمره به عدد: نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر: تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر تابع $g(x)=۳f(\frac{۱}{۳}x)+۱$ باشد، آن‌گاه:  دامنه و برد تابع g را به صورت بازه بنویسید.	۱
۲	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $p(x)=۲x^۳+ax^۲-bx+۲$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر و باقی‌مانده تقسیم آن بر $x-۱$ برابر با ۲ باشد.	۱/۵
۳	مراحل رسم نمودار $y=۲f(۳-۵x)$ را از روی نمودار تابع $y=f(x)$ بیان کنید.	۱
۴	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر نقطه $A(-۱,۲)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ باشد، مختصات نقطه نظیر آن روی $y=۲f(۳-x)$ به صورت ..... است.	۰/۵
۵	نمودار تابع $y=\sqrt{۲x-۱}$ را ابتدا نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم، سپس ۲ واحد به چپ انتقال داده با ضریب ۵ در راستای محور طول‌ها منبسط می‌کنیم. ضابطه تابع جدید چیست؟	۱
۶	نمودار تابع $f(x)=(x+۱)^۳$ را رسم کنید. این تابع در دامنه خود اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟	۱
۷	نمودار تابع زیر را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی و چه بازه‌هایی نزولی است؟ $f(x)=\begin{cases} x^۲ & x\le -۲ \\ ۴ & -۲\le x\le -۱ \\ -x^۲-۲ & x>۱ \end{cases}$	۱/۵
۸	بخشی از نمودار تابع $f(x)=a+\frac{۱}{۳}\cos \pi ax$ در شکل زیر رسم شده است. کم‌ترین مقدار تابع کدام است؟ 	۱/۵

www.amoozeshmelli.com

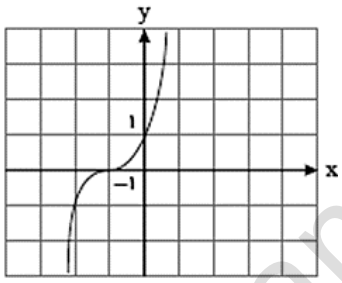
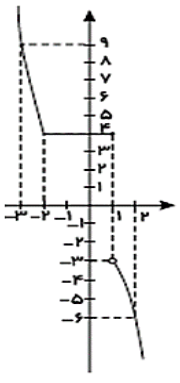
۹	با توجه به نمودار $f(x)=۴\tan\frac{x}{۲}$ ، a کدام است؟ 	۱
۱۰	معادله مثلثاتی $۲\cos^۲ x=\sin x-۱$ را حل کنید.	۲
۱۱	کم‌ترین مقدار تابع $y=۳-\sin(۱-\frac{۲\pi x}{۳})$ چند برابر مقدار دوره تناوب آن است؟	۱
۱۲	با توجه به نمودار تابع $y=\tan x$ و خط $y=\sqrt{۳}$ ، طول نقطه M کدام است؟ 	۱
۱۳	اگر $\lim_{x\to ۳}(\frac{x-۴}{۲x^۲+ax+b})=-\infty$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟	۱
۱۴	حاصل $\lim_{x\to ۱^-}\frac{x^۳-۴x+۳}{(x-۱)^۲}$ کدام است؟	۱/۵
۱۵	اگر $\lim_{x\to\infty}\frac{mx^۳+x^۲+۱}{۶x^n-x}=-\frac{۲}{۳}$ باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟	۱
۱۶	حاصل $\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x^۲-\sqrt{x^۴+x^۲+۱}}{x^۲+۳x}$ ، کدام است؟	۱
۱۷	مجانب‌های افقی و قائم تابع $f(x)=\frac{۲x-۲}{x^۲+۳x-۴}$ را در صورت وجود بیابید.	۱/۵

جمع بارم : ۲۰ نمره

www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴
www.sarayedanesh.com
021-2936

نام درس: حسابان(۲) دوازدهم ریاضی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
ساعت امتحان: ۰۷:۳۰ صبح/ عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$R_g=[۱,۷]$ $\quad D_g=[-۶,۶)$	
۲	$\left.\begin{array}{l} p(-۲)=۰\to -۱۶+۴a+۲b+۲=۰ \\ p(۱)=۲\to \quad ۲+a-b+۲=۲ \end{array}\right\}\to a=\frac{۵}{۳}\ ,b=\frac{۱۱}{۳}$	
۳	انتقال ۳ واحد به چپ، بازتاب نسبت به محور yها ـ انقباض طولی با ضریب $\frac{۱}{۵}$ انبساط عرضی با ضریب	
۴	$(۴\ ,\ ۴)$	
۵	$y=\sqrt{-۲x-۱}$ = قرینه نسبت به محور عرض‌ها ۲ واحد انتقال به چپ : $y=\sqrt{-۲(x+۲)-۱}\to y=\sqrt{-۲x-۵}$ انبساط طولی با ضریب ۵ : $y=\sqrt{\frac{-۲}{۵}x-۵}$	
۶	برای رسم نمودار تابع ابتدا نمودار $y=x^۳$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم. تابع اکیداً صعودی است. 	
۷	$f(x)=\begin{cases} x^۲ & x\le -۲ \\ ۴ & -۲\le x\le -۱ \\ -x^۲-۲ & x>۱ \end{cases}$ $\begin{vmatrix} -۲ & -۳ \\ ۴ & ۹ \end{vmatrix}$ $\quad \begin{vmatrix} ۱ & ۲ \\ -۳ & -۶ \end{vmatrix}$  $(-\infty,-۲]\to$ اکیداً نزولی $[-\infty,۱]\to$ نزولی $[-۲\ ,۱]\to$ تابع ثابت $\to$ هم صعودی و هم نزولی $(۱\ ,+\infty]\to$ اکیداً نزولی $D_f=\mathbb{R}\to$ نزولی	
۸	دوره تناوب نمودار تابع برابر $\frac{۴}{۳}$ است، داریم: $T=\frac{۲\pi}{\lvert a\rvert\pi}=\frac{۲}{\lvert a\rvert}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow \lvert a\rvert=\frac{۳}{۲}$ چون نمودار کاملاً زیر محور xها قرار دارد، مقدار منفی را می‌پذیریم: $\Rightarrow f(x)=\frac{۱}{۳}\cos\frac{۳\pi x}{۲}-\frac{۳}{۲}$ بیشترین مقدار این تابع برابر $-\frac{۷}{۶}$ و کم‌ترین مقدار $-\frac{۱۱}{۶}$ آن است.	
۹	طول نقاط نمودار تابع $f(x)=۴\tan\frac{x}{۲}$ نسبت به نمودار تابع $y=\tan x$ دو برابر شده است، پس: $a=۲(\frac{\pi}{۲})=\pi$	

www.amoozeshmelli.com

۱۰

$$۲\sin^۲ x-\sin x+۳=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x=۱ \Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲} & , \ k\in\mathbb{Z} \\ \sin x=\frac{-۳}{۲} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۱۱

در توابع $y=a\sin bx+c$ کم‌ترین مقدار تابع برابر $c-|a|$ و دوره تناوب برابر $\frac{۲\pi}{|b|}$ است. پس داریم:

$$\begin{cases} y_{\min}=۳-|-۱|=۲ \\ T=\frac{۲\pi}{|-\frac{۲\pi}{۳}|}=\frac{۲\pi}{\frac{۲\pi}{۳}}=۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{y_{\min}}{T}=\frac{۲}{۳}$$

۱۲

M دومین نقطه مثبت است که در آن مقدار تانژانت برابر $\sqrt{۳}$ می‌شود. $\tan x=\sqrt{۳}\Rightarrow x=\left\{\frac{\pi}{۳},\frac{۴\pi}{۳},...\right\}$

$$x_M=\frac{۴\pi}{۳}$$

۱۳

از آنجایی که $\lim_{z\to۳}(x-۴)=-۱$ است و حدود چپ و راست هر دو برابر $-\infty$ شده است، باید مخرج دارای ریشه مضاعف $x=۳$ باشد، در نتیجه داریم:

$$۲x^۲+ax+b=۲(x-۳)^۲\Rightarrow a=-۱۲\ ,\ b=۱۸\Rightarrow a+b=۶$$

۱۴

حد عبارت‌های صورت و مخرج وقتی $x\to۱$، برابر صفر است. بنابراین $x-۱$ عامل هر دو عبارت صورت و مخرج است. با تقسیم صورت بر $x-۱$ داریم.

$$x^۳-۴x+۳=(x-۱)(x^۲+x-۳)$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to۱^-}\frac{x^۳-۴x+۳}{(x-۱)^۲}=\lim_{x\to۱^-}\frac{(x-۱)(x^۲+x-۳)}{(x-۱)^۲}=$$

$$\lim_{x\to۱^-}\frac{x^۲+x-۳}{x-۱}=\frac{\text{معنی عدد}}{۰^-}=+\infty$$

۱۵

حاصل حد در $+\infty$ برابر $-\frac{۲}{۳}$ شده است. طبق قضیه ۹ صفحه ۶۵ کتاب درسی، می‌دانیم این در صورتی امکان‌پذیر است که درجه‌های عبارت‌های صورت و مخرج برابر باشند. حال اگر $m=۰$ باشد، درجه صورت برابر ۲ خواهد بود. پس n نیز باید برابر ۲ باشد و در این صورت داریم: $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^۲+۱}{۶x^۲-x}=\frac{۱}{۶}\neq\frac{۲}{۳}$

بنابراین این حالت امکان‌پذیر نیست. در نتیجه $m\neq۰$ و درجه عبارت صورت برابر ۳ است.

$$\Rightarrow n=۳\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{mx^۳}{۶x^۳}=\frac{m}{۶}=-\frac{۲}{۳}\Rightarrow m=-۴$$

$$\Rightarrow m+n=-۱$$

۱۶

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x^۲-\sqrt{x^۴+x^۲+۱}}{x^۲+۳x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x^۲-|x^۲|}{x^۲}=\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x^۲-x^۲}{x^۲}=\frac{x^۲}{x^۲}=۱$$

۱۷

$$x^۲+۳x-۴=۰\Rightarrow(x-۱)(x+۴)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\x=-۴\end{cases}$$

مجانب قائم

$$\lim_{x\to-۴^+}\frac{۲x-۲}{x^۲+۳x-۴}=\frac{۲(-۴)-۲}{(-۴)^۲+۳(-۴)-۴}=\frac{-۱۰}{۱۶-۱۲-۴}=\frac{-۱۰}{۰^-}=+\infty\Rightarrow x=-۴$$

مجانب افقی

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x-۲}{x^۲+۳x-۴}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x}{x^۲}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۲}{x}=\frac{۲}{+\infty}=۰\Rightarrow y=۰$$

جمع بارم: ۲۰ نمره	نام و نام خانوادگی مصحح:	امضاء:

www.amoozeshmelli.com