نام و نام خانوادگی:	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحدحافظ امتحانات میان ترم **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴** www.sarayedanesh.com 021-2936	نام درس: هندسه نام دبیر: آقای احمدی تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۸/۲۸ ساعت امتحان: ۸ صبح/ عصر مدت امتحان: ۶۰ دقیقه
مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی		
نام پدر:		
شماره داوطلب:		
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه		

نمره به عدد: نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر: تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	مقادیر x و y را طوری بیابید که دو ماتریس زیر برابر باشند. $A=\begin{bmatrix}5 & 2\\ 1 & 3\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}x+3y & 2\\ 1 & 2x-y\end{bmatrix}$	۱
۲	فرض کنید $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ آنگاه A^n را بدست آورید.	۱,۲۵
۳	اگر $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ مطلوبست محاسبه: $(A^2-I)^t+3A$	۱,۷۵
۴	اگر A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه باشند نشان دهید ماتریس AB^t-BA^t پادمتقارن است.	۱,۲۵

www.amoozeshmelli.com

۵	دترمینان ماتریس $A=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 1 & 2 & 3\\ -1 & -2 & 1\end{bmatrix}$ را با استفاده از روش ساروس بیابید.	۱,۲۵
۶	اگر $\begin{vmatrix}1 & b & a+1\\ 2 & 1 & 3\\ -1 & 2 & 0\end{vmatrix}=8$ باشد، مقدار $\begin{vmatrix}1 & b & a\\ 2 & 1 & 3\\ -1 & 2 & 0\end{vmatrix}$ را بیابید.	۱,۲۵
۷	مقدار m را چنان تعیین کنید که ماتریس $A=\begin{bmatrix}m+1 & m-4\\ m+5 & m-1\end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.	۱
۸	اگر A ماتریسی وارون پذیر باشد ثابت کنید: $\left\|A^{-1}\right\|=\frac{1}{\|A\|}$	۰,۷۵
۹	دستگاه مقابل را به روش ماتریس وارون حل کنید. $\begin{cases}2x-2y=8\\ 3x-y=5\end{cases}$	۱,۲۵
۱۰	به ازای چه مقداری از m دستگاه زیر جواب ندارد. $\begin{cases}2x+my=1\\ (m-1)x+y=3\end{cases}$	۱,۲۵

www.amoozeshmelli.com

نام درس: هندسه دوازدهم
نام دبیر: احمدی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۸/ ۲۸
ساعت امتحان: ..... صبح/ عصر
مدت امتحان: ..... دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحدحافظ
کلید سؤالات میان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

www.sarayedanesh.com

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x-y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3y=5 \\ 6x-3y=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=2 \\ y=1 \end{matrix}$	
2	$A^n = \begin{bmatrix} 1 & 3n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	
3	$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ $A^2 - I = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^2 - I)^t = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$ $(A^2 - I)^t + 3A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$	
4	حل: کافی است ثابت کنیم تراسهاده اش با قرینه اش برابر است. $(AB^t - BA^t)^t = (AB^t)^t - (BA^t)^t = (B^t)^t A^t - (A^t)^t B^t = BA^t - AB^t = -(AB^t - BA^t)$ پس ماتریس $(AB^t - BA^t)$ پادمتقارن است.	
۵	$\|A\| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{matrix} = (4-9-8)-(-8-12+3) = -13+17 = 4$	

www.amoozeshmelli.com

۶

$$\begin{vmatrix} 1 & b & a+1 \\ 2 & 1 & 3+0 \\ -1 & 2 & 0+0 \end{vmatrix} = 8 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & b & a \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & b & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 8$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & b & a \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} + 5 = 8 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & b & a \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 3$$

۷

$$|A| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} m+1 & m-4 \\ m+5 & m-1 \end{vmatrix} = (m+1)(m-1) - (m-4)(m+5) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 1 - m^2 m + 20 = 0 \Rightarrow -m + 19 = 0 \Rightarrow \boxed{m = 19}$$

8

$$A^{-1} \cdot A = I \Rightarrow |A^{-1} \cdot A| = |I| \Rightarrow |A^{-1}| \cdot |A| = 1 \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

9

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{(3)(-1) - (-2)(3)} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

10

شرط نداشتن جواب : $\frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3}$

$$\frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \Rightarrow m(m-1) = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{2}{1} \neq \frac{1}{3} \\ m = -1 \Rightarrow \frac{2}{-2} = \frac{-1}{1} \neq \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow$$ در هر دو حالت دستگاه جواب ندارد

www.ameozeshmelli.com