نام و نام خانوادگی:	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ امتحانات **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴** www.sarayedanesh.com 021-2936	نام درس: هندسه ۳ نام دبیر: آقای احمدی تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/ ۱۰ ساعت امتحان: ۸ : ۰۰ صبح/ عصر مدت امتحان : ۹۰ دقیقه
مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی		
نام پدر:		
شماره داوطلب:		
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه		

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	اگر A و B دو ماتریس مربعی و هم مرتبه باشند نشان دهید ماتریس A^tB+B^tA متقارن است.	۱,۵
۲	فرض کنید $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ آنگاه A^n را بدست آورید.	۱
۳	اگر دو ماتریس زیر برابر باشند مقدار $x+y+z$ را بیابید. $\begin{bmatrix}3 & 2x+y\\ -2 & 1\end{bmatrix}$ و $A=\begin{bmatrix}2x-y & 5\\ z & 1\end{bmatrix}$	۱
۴	اگر $A=[a_{ij}]_{2\times 2}$ با شرایط $a_{ij}=\begin{cases}2i+j & i\geq j\\ 3i+2j & i<j\end{cases}$ مفروض است. ماتریس $2A$ را بدست آورید.	۱,۲۵
۵	اگر A ماتریسی اسکالر از مرتبه 3 باشد و $a_{11}=4$ در اینصورت دترمینان A را بیابید.	۱
۶	اگر $A=\begin{bmatrix}4 & a\\ b & -1\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ مقادیر a و b را چنان بیابید که حاصلضرب $A\times B$ *ماتریسی قطری باشد.*	۱,۲۵
۷	دستگاه مقابل را به روش ماتریس وارون حل کنید. $\begin{cases}2x+y=4\\ 7x+4y=15\end{cases}$	۱,۵
۸	اگر $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ باشد آنگاه ماتریس $2A^{-1}B$ *را بیابید.*	۱,۵
۹	به ازای چه مقداری از m دستگاه زیر جواب ندارد. $\begin{cases}2x+my=1\\ (m-1)x+y=3\end{cases}$	۱,۵
۱۰	وضعیت دو دایره زیر را نسبت به هم مشخص کنید. $x^2+y^2=1 \quad , \quad x^2+y^2-6x-2y+9=0$	۱,۵

www.amoozeshmelli.com

۱۱	معادله‌ی دایره‌ای به مرکز $O(2,-1)$ و شعاع ۲ بنویسید و همچنین نقاط برخورد آن با محورهای مختصات را بیابید .	۱،۵
۱۲	حدود a را طوری بیابید که معادله‌ی $x^2+y^2-3x+5y+a=0$ بتواند یک دایره باشد.	۱
۱۳	دایره‌ای بر دو خط موازی مماس است که نقاط تماس $A(2,-3)$ و $B(4,1)$ هستند. معادله‌ی این دایره را بنویسید.	۱،۵
۱۴	معادله دایره ای بنویسید که مرکزش نقطه $O(1,-2)$ و بر خط $-3x+4y-4=0$ مماس باشد.	۱،۵
۱۵	وضعیت خط به معادله $x+y=4$ و دایره $x^2+y^2-2y-3=0$ را تعیین کنید.	۱،۵

جمع بارم : ۲۰ نمره

www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحدحافظ
کلید سؤالات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴
021-2936
www.sarayedanesh.com

نام درس: هندسه ۳
نام دبیر: آقای احمدی
تاریخ امتحان: ...... / ۱۴۰۴/۱۰
ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح/ عصر
مدت امتحان: ۸۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	اثبات: ماتریس M را به صورت زیر تعریف می‌کنیم: $$M = A^tB + B^tA$$ برای اثبات متقارن بودن M، کافی است نشان دهیم $M^t = M$. ۱. محاسبه ترانهاده M: $$M^t = (A^tB + B^tA)^t$$ ۲. با استفاده از خواص ترانهاده: $$(X+Y)^t = X^t + Y^t, \quad (XY)^t = Y^tX^t$$ پس: $$M^t = (A^tB)^t + (B^tA)^t$$ $$M^t = B^t(A^t)^t + A^t(B^t)^t$$ ۳. با توجه به $(A^t)^t = A$ و $(B^t)^t = B$: $$M^t = B^tA + A^tB$$ ۴. چون جمع ماتریس‌ها جابجایی است: $$M^t = A^tB + B^tA$$ ۵. مقایسه با M: $$M^t = M$$ پس ماتریس $M = A^tB + B^tA$ متقارن است.	
۲	$$A^n = \begin{bmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$	
۳	$$A = B \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \\ \Rightarrow x = 2, \quad y = 1, \quad \Rightarrow x + y + z = 1z = -2 \end{cases}$$	

www.amoozeshmelli.com

۴	$A=\begin{bmatrix}3 & 7\\5 & 6\end{bmatrix}\rightarrow 2A=\begin{bmatrix}6 & 14\\10 & 12\end{bmatrix}$
۵	$\begin{bmatrix}4 & 0 & 0\\0 & 4 & 0\\0 & 0 & 4\end{bmatrix}\rightarrow \lvert A\rvert = 4\times 4\times 4-0=64$
۶	$\begin{bmatrix}4-2b & a+2\\12+2b & 3a-2\end{bmatrix}\rightarrow \begin{cases}a+2=0\rightarrow a=-2\\12+2b=0\rightarrow b=-6\end{cases}$
۷	$\begin{bmatrix}2 & 1\\7 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\15\end{bmatrix}\rightarrow \begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & -1\\-7 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\15\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}\rightarrow \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$
۸	$A^{-1}=\frac{1}{-4}\begin{bmatrix}-2 & -2\\-1 & 1\end{bmatrix}=2\times\frac{1}{-4}\begin{bmatrix}-2 & -2\\-1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\-1 & 0\end{bmatrix}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}0 & -4\\-2 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 2\\1 & 1\end{bmatrix}$
۹	شرط نداشتن جواب: $\frac{2}{m-1}=\frac{m}{1}\neq\frac{1}{3}$ (۱.۱) اکنون m را بدست می آوریم: $\frac{2}{m-1}=\frac{m}{1}\Rightarrow m(m-1)=2\Rightarrow m=2,\ \ m=-1$ با جایگذاری m در (۱.۱) در هر دو حالت دستگاه جواب ندارد.
۱۰	$x^2+y^2=1\rightarrow o(0,0),r=1\ ,\quad x^2+y^2-6x-2y+9=0\rightarrow o'(3,1),r'=1$ $d=oo'=\sqrt{(3-0)^2+(1-0)^2}=\sqrt{10}, r+r'=2, \lvert r-r'\rvert=0\rightarrow d>r+r'\rightarrow$ دو دایره متخارج اند
۱۱	$(x-2)^2+(y+1)^2=4$ $y=0\rightarrow (x-2)^2+1=4\rightarrow (x-2)^2=3\rightarrow x-2=\pm\sqrt{3}\rightarrow x=2\pm\sqrt{3}$ دایره فوق محور x ها را در نقاط $A(2-\sqrt{3},0)$ و $B(2+\sqrt{3},0)$ قطع می کند . محل برخورد با محور yها داریم : $X=0\rightarrow (y+1)^2=0\rightarrow y=-1\rightarrow$
۱۲	$a^2+b^2-4c=9+25-4a>0\rightarrow a<\frac{34}{4}=\frac{17}{2}$
۱۳	مرکز این دایره وسط AB و شعاع نصف طول پاره خط AB است . $M=\left(\frac{4+2}{2},\frac{1-3}{2}\right)=(3,-1)$ $r=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{(4-2)^2+(1+3)^2}=\sqrt{5}\rightarrow (x-3)^2+(y+1)^2=5$

www.amoozeshmelli.com

۱۴	$O(1,-2),$ خط مماس: $-3x+4y-4=0$ محاسبه شعاع (فاصله مرکز از خط): فرمول فاصله نقطه (x_0,y_0) از خط $Ax+By+C=0$: $$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$ با $A=-3$، $B=4$، $C=-4$، $x_0=1$، $y_0=-2$: $$d=\frac{|(-3)(1)+4(-2)-4|}{\sqrt{(-3)^2+4^2}}$$ $$d=\frac{|-3-8-4|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|-15|}{5}=3$$ پس شعاع $r=3$. معادله دایره: $$(x-1)^2+(y+2)^2=9$$
۱۵	حل: معادله دایره: مرکز دایره: $$x^2+y^2+ax+by+c=0$$ $$x^2+y^2-2y-3=0$$ $o(\frac{-a}{2},\frac{-b}{2})=(0,1)$ و $r=\sqrt{\frac{a^2+b^2-4c}{4}}=2$ پس دایره مرکز $(0,1)$ و شعاع $r=2$. معادله خط: $$x+y=4 \quad \Rightarrow \quad y=4-x$$ به صورت استاندارد: $x+y-4=0$. فاصله مرکز دایره تا خط: فرمول فاصله نقطه (x_0,y_0) از خط $Ax+By+C=0$ $$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$ با $A=1$، $B=1$، $C=-4$ و مرکز $(0,1)$: $$d=\frac{|1\cdot 0+1\cdot 1-4|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|1-4|}{\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}$$ چون $d>r$، خط خارج از دایره است.

جمع بارم : ۲۰ نمره	نام و نام خانوادگی مصحح :	امضاء:

www.amoozeshmelli.com