نام و نام خانوادگی:	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت امتحانات **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۴-۱۴۰۳** www.sarayedanesh.com ۰۲۱-۲۹۳۶	نام درس: هندسه۳ تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۱۵ ساعت امتحان: ۰۸ : ۰۰ صبح/ عصر مدت امتحان : ۷۵ دقیقه
مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی		
نام پدر:		
شماره داوطلب:		
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه		

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید الف) در ضرب ماتریس ها لازمست تعداد ستونهای ماتریس ..... با تعداد سطرهای ماتریس .....برابر باشند. ب) فاصله مرکزهای دو دایره را فاصله .....نامند ج) مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع به یک فاصله اند ..... است د) درماتریس عددی اعضایی که روی قطر هستند	۱
۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر رامشخص کنید الف) مجموع اعضا ماتریس های اسکالر مرتبه ۳ مضرب ۳ است ب) قدرمطلق تفاضل دورترین و نزدیکترین فاصله هر نقطه از دایره برابر قطر دایره است ج) مکان هندسی نقاطی که از یک دایره به یک فاصله اند یک دایره است د) دو ماتریس مربع را در همه حالات می توان با هم جمع کرد	۱
۳	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) اگر A ماتریسی از مرتبه ۳ و دترمینانش برابر ۳ باشد دترمینان ماتریس ۲A- کدامست؟ ۱) -۶ ۲) ۶ ۳) ۲۴ ۴) -۲۴ ب) شعاع دایره $۲x^۲ + ۲y^۲ - ۴x + ۱۲y - ۱۲ = ۰$ کدامست؟ ۱) ۷ ۲) ۴ ۳) ۹ ۴) ۱۰	۱
۴	ماتریس $A = [a_{ij}]$ از مرتبه ۲×۳ با ضابطه $a_{ij} = \begin{cases} ij - ۱ & i > j \\ \frac{i}{j} - ۱ & i = j \\ i^۲ - ۲j & i < j \end{cases}$ تعریف شده است. ماتریس را با اعضا مشخص کنید.	۱/۲۵
۵	ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ y & ۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x & a \\ ۲ & b \end{bmatrix}$ مفروضند. اگر $A+B=۳I$ باشد حاصل ax-by را بیابید	۱/۲۵
۶	اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۲ & ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۰ & ۲ & ۱ \\ ۱ & ۰ & ۲ \\ ۱ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ حاصل $A^۲ - ۲AB + I$ را بدست آورید.	۱/۵
۷	اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ باشد $A^{۲۵}$ را بدست آورید.	۱/۲۵

www.amoozeshmelli.com

۸	اگر دستگاه $\begin{cases}(m+۲)x+۴y=۷\\ ۶x+(m+۶)y=۱۲\end{cases}$ جواب نداشته باشد ، m را بیابید.	۱/۲۵
۹	دستگاه دو معادله دو مجهول $\begin{cases}-۲x+۳y=۴\\ x-۲y=-۳\end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.	۱/۵
۱۰	اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۲ & ۱\\ ۰ & ۱ & a\\ ۲ & ۱ & ۱\end{bmatrix}$ باشد دترمینان ماتریس $۲A-۳I$ برابر ۵ باشد a را بیابید	۱/۵
۱۱	خطهای d' و d و نقطه A به فاصله ۳ از d در صفحه مفروضندفاصله دو خط برابر ۲ است مشخص کنید چند نقطه در صفحه هست که از A به فاصله ۴ و از دو خط به فاصله یکسان باشد.(شکل حتما رسم شود)	۱/۵
۱۲	کوتاهترین فاصله دایره $x^۲+y^۲-۲x+۴y-۲۰=۰$ از نقطه A(۱,-۱) کدامست؟	۱/۵
۱۳	اگر معادله $(۲a-۱)x^۲+y^۲-۴x+۶y-m=۰$ دایره باشد a و حدود m را بیابید.	۱/۵
۱۴	دایره های $x^۲+y^۲+۲x+۶y-m=۰$ و $(x+۳)^۲+(y+۱)^۲=۲$ مماس خارجند m کدامست؟	۱/۵
۱۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکزش روی خط x+y=۳ بوده و از نقاط A(۰،۱) و B(۲،۰) بگذرد.	۱/۵

جمع بارم : ۲۰ نمره

www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳
www.sarayedanesh.com

نام درس: .....
نام دبیر: .....
تاریخ امتحان: ...../۱۰/۱۴۰۳
ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح/ عصر
مدت امتحان: ۷۵ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) اول - دوم ج) نیاز خطوله	ب) خط الراس د) سراسر نه
۲	الف) درست ج) نادرست	ب) نادرست د) نادرست
۳	الف) گزینه ۴ $\|-2A\|=-8\|A\|=-24$ ب) گزینه ۲ $x^2+y^2-2x+6y-6=0 \to R=\frac{1}{2}\sqrt{4+36+24}=4$	
۴	$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\end{bmatrix} \Rightarrow A=\begin{bmatrix}0 & -3\\ 1 & 0\\ 2 & 5\end{bmatrix}$	
۵	$2\begin{bmatrix}2 & 1\\ y & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}x & a\\ 2 & b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}$ $\begin{cases}4+x=3 \Rightarrow x=-1\\ 2+a=0 \Rightarrow a=-2\end{cases}$ $\begin{cases}2y+2=0 \Rightarrow y=-1\\ 2+b=3 \to b=1\end{cases}$ $\Rightarrow ax-by=2+1=3$	
۶	$A^2=\begin{bmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & 1 & 2\\ 4 & 3 & 2\\ 4 & 1 & 4\end{bmatrix}$ $AB=\begin{bmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 2\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 6 & 3\\ 1 & 2 & 4\\ 1 & 4 & 4\end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^2-2AB+I=\begin{bmatrix}5 & -11 & -4\\ -2 & -4 & -6\\ 2 & -7 & -3\end{bmatrix}$	
۷	$A^2=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ $A^3=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 3\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^{25}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 25\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$	
۸	$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{m+2}{9}=\frac{4}{m+6}\neq\frac{7}{12}$ $m^2+8m+12=24 \to m^2+8m-12=0 \to m=\frac{-4\pm\sqrt{16+12}}{1}=-4\pm2\sqrt{7}$	

www.amoozeshmelli.com

۹

$$\begin{bmatrix} -۲ & ۳ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ \\ -۳ \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{۱}{۴-۳}\begin{bmatrix} -۲ & -۳ \\ -۱ & -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ & -۳ \\ -۱ & -۲ \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -۲ & -۳ \\ -۱ & -۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۴ \\ -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ y = ۲ \end{cases}$$

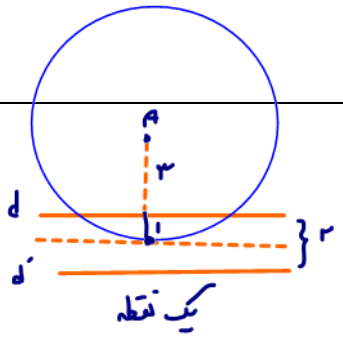
۱۰

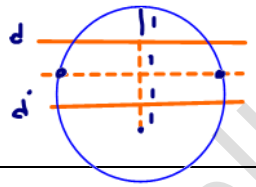
$$۲A - ۳I = \begin{vmatrix} ۱ & ۴ & ۲ \\ ۰ & ۱ & ۲a \\ ۴ & ۲ & ۱ \end{vmatrix} \Rightarrow |۲A - ۳I| = ۵ \Rightarrow ۱(۱-۴a) - ۴(۰-۸a) + ۲(۰-۴) = ۵$$

$$۱ - ۴a + ۳۲a - ۸ = ۵$$

$$۲۸a = ۱۲ \rightarrow a = \frac{۱۲}{۲۸} = \frac{۳}{۷}$$

۱۱





۱۲

$$O\begin{vmatrix} ۱ \\ -۲ \end{vmatrix} \Rightarrow OA = \sqrt{(۱-۱)^۲ + (-۲+۱)^۲} = ۱$$

$$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۱۶ + ۸۰} = ۵$$

$$\min = R - OA = ۵ - ۱ = ۴$$

۱۳

$$۲a - ۱ = ۱ \rightarrow a = ۱$$

$$A^۲ + B^۲ - ۴C > ۰ \Rightarrow ۱۶ + ۳۶ + ۴m > ۰ \Rightarrow ۴m > -۵۲ \rightarrow m > -۱۳$$

۱۴

$$O\begin{vmatrix} -۱ \\ -۲ \end{vmatrix} \quad R = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۳۶ + ۴m} = \sqrt{۱۰ + m}$$

$$O'\begin{vmatrix} -۳ \\ -۱ \end{vmatrix} \quad R' = \sqrt{۲}$$

$$OO' = d = \sqrt{۴ + ۴} = ۲\sqrt{۲}$$

$$d = R + R' \Rightarrow ۲\sqrt{۲} = \sqrt{۲} + \sqrt{۱۰ + m}$$

$$۱۰ + m = ۲ \rightarrow m = -۸$$

۱۵

$$y = ۳ - x$$

$$O\begin{vmatrix} \alpha \\ ۳ - \alpha \end{vmatrix} \quad OA = OB \Rightarrow \sqrt{\alpha^۲ + (۲-\alpha)^۲} = \sqrt{(\alpha-۲)^۲ + (۳-\alpha)^۲} \Rightarrow \alpha^۲ = (۳-\alpha)^۲$$

$$\alpha = ۳ - \alpha$$

$$۲\alpha = ۳$$

$$\alpha = ۳/۲ \rightarrow R = \sqrt{\frac{۹}{۴} + \frac{۱}{۴}}$$

$$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۰}$$

$$(x - ۳/۲)^۲ + (y - ۳/۲)^۲ = \frac{۵}{۲}$$

جمع بارم : ۲۰ نمره	نام و نام خانوادگی مصحح :	امضاء:

www.amoozeshmelli.com