نام و نام خانوادگی: .....
مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
نام پدر: .....
شماره داوطلب: .....
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحدحافظ
امتحانات میان ترم **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴**
www.sarayedanesh.com
021-2936

نام درس: گسسته
نام دبیر: آقای احمدی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۹/۰۱
ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح/ عصر
مدت امتحان: ۶۰ دقیقه

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	ثابت کنید مربع هر عدد صحیح فرد به صورت $8q+1$ می باشد.	۱
۲	فرض کنید b عددی گویا و $\sqrt{5}$ عدی گنگ باشد با استدلال برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{5}-b$ عددی گنگ است.	۱,۲۵
۳	به روش بازگشتی ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $x^2+y^2+1 \geq xy+x+y$	۱
۴	اگر عدد طبیعی $a>1$ در دو شرط $a\|9k+4$ و $a\|5k+3$ ثابت کنید a عددی اول است.	۱,۲۵

www.amoozeshmelli.com

۵	اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $b\|a+2$ در اینصورت باقیمانده تقسیم عدد a^2+b^2+3 را بر عدد ۸ بیابید.	۱,۲۵
۶	ثابت کنید هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت بهم اول هستند.	۱
۷	باقیمانده تقسیم عدد 7^{30} بر ۱۵ را بیابید.	۱,۲۵
۸	الف: باقیمانده تقسیم عدد ۲۷۱۳۹۱ را بر ۹ بدون انجام عمل تقسیم بدست آورید.(۰,۷۵) ب: باقیمانده تقسیم 10^{20} را بر ۱۱ بیابید.(۰,۵)	۱,۲۵
۹	اگر ۱۴ اردیبهشت دوشنبه باشد، ۱۷ آذر چند شنبه است؟	۱,۲۵
۱۰	با تبدیل معادله سیاله خطی $5x+2y=18$ به معادله همنهشتی و حل آن، جواب عمومی معادله را بدست آورید.	۱,۵

www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه۶ تهران

دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحدحافظ

کلید سؤالات میان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

www.sarayedanesh.com

نام درس: گسسته دوازدهم

نام دبیر: احمدی

تاریخ امتحان: ۰۱ / ۱۴۰۴/۰۹

ساعت امتحان: ..... صبح/ عصر

مدت امتحان: ..... دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	عدد فرد $= x = 2k+1 \quad (k\in\mathbb{Z})$ $x^2 = (2k+1)^2 = 4k^2+4k+1 = \underbrace{4k(k+1)}_{2q} + 1 = 4(2q)+1 = 8q+1$ ضرب دو عدد متوالی $k(k+1)$ عددی زوج مانند $2q$ است.	
2	اثبات: فرض کنیم $\sqrt{a}-b$ گنگ نباشد (فرض خلف) پس گویا است $\sqrt{a}-b = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{p}{q}+b \Rightarrow$ گنگ = گویا و این تناقض است پس حکم اولیه درست است.	
3	$x^2+y^2+1 \geq xy+x+y \overset{\times 2}{\iff} 2x^2+2y^2+2 \geq 2xy+2x+2y \iff$ $(x^2-2x+1)+(y^2-2y+1)+(x^2-2xy+y^2) \geq 0 \iff (x-1)^2+(y-1)^2+(x-y)^2 \geq 0$ $\iff (x-1)^2 \geq 0 \;,\; (y-1)^2 \geq 0 \;,\; (x-y)^2 \geq 0$ همواره درست است طبق اثبات بازگشتی حکم برقرار است.	
4	$a \mid 9k+4 \Rightarrow a \mid 5(9k+4) \Rightarrow a \mid 45k+20$ ① $a \mid 5k+3 \Rightarrow a \mid 9(5k+3) \Rightarrow a \mid 45k+27$ ② $② - ① \Rightarrow a \mid (45k+27)-(45k+20) \Rightarrow a \mid 7 \overset{a>1}{\underset{\text{اول } a}{\Longrightarrow}} a = 7$	
۵	حل: a عددی فرد است بنابراین $a+2$ عددی فرد است و $b \mid a+2$ بنابراین b نیز عددی فرد خواهد بود می دانیم مربع هر عدد فرد مضربی از ۸ به علاوه یک است پس: $\left.\begin{array}{l} a \text{ فرد} \Rightarrow a^2 = 8m+1 \\ b \text{ فرد} \Rightarrow b^2 = 8n+1 \end{array}\right\} \Rightarrow a^2+b^2+3 = (8m+1)+(8n+1)+3 = 8(m+n)+5$ $\Rightarrow r = 5$	

www.amozeshmelli.com

۶

$$(m, m+1)=d \Rightarrow \begin{cases} d \mid m \\ d \mid m+1 \end{cases} \Rightarrow d \mid (m+1)-m \Rightarrow d \mid 1 \xrightarrow{d>0} d=1$$

۷

$$۴۹ \overset{۱۵}{\equiv} ۴ \Rightarrow ۷^{۲} \overset{۱۵}{\equiv} ۴ \Rightarrow (۷^{۲})^{۲} \overset{۱۵}{\equiv} ۴^{۲} \Rightarrow ۷^{۴} \overset{۱۵}{\equiv} ۱۶ \overset{۱۵}{\equiv} ۱ \Rightarrow (۷^{۴})^{۷} \overset{۱۵}{\equiv} ۱^{۷}$$

$$\Rightarrow ۷^{۲۸} \overset{۱۵}{\equiv} ۱$$

از طرفی $۷^{۲} \overset{۱۵}{\equiv} ۴$

$$\Rightarrow ۷^{۲۸} \times ۷^{۲} \overset{۱۵}{\equiv} ۱ \times ۴ \Rightarrow ۷^{۳۰} \overset{۱۵}{\equiv} ۴ \Rightarrow \boxed{r=۴}$$

8

الف:

$$۲۷۱۳۹۱ \overset{۹}{\equiv} ۲+۷+۱+۳+۹+۱ = ۲۳ \overset{۹}{\equiv} d \Rightarrow \boxed{r=d}$$

ب:

$$\begin{cases} ۱۰^{n} \overset{۱۱}{\equiv} ۱ & (n \text{ زوج باشد}) \\ ۱۰^{n} \overset{۱۱}{\equiv} -۱ & (n \text{ فرد باشد}) \end{cases}$$

9

حل: ۱۴ اردیبهشت را متناظر صفر می‌گیریم و بقیه را طبق جدول زیر جلو می‌رویم (همنهشتی به پیمانه ۷)

دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

روزهای مهر و آبان: ۲×۳۰

۱۷ روز در آخر

روزهای باقیمانده اردیبهشت $= ۳۱-۱۴=۱۷$

روزهای خرداد، تیر، مرداد و شهریور $= ۴ \times ۳۱$

10

$$۵x+۲y=۱۸ \Rightarrow ۲y \overset{۵}{\equiv} ۱۸ \xrightarrow[\div ۲]{(۲,۵)=۱} y \overset{۵}{\equiv} ۹ \overset{۵}{\equiv} ۴ \Rightarrow ۵ \mid y-۴$$

$$\Rightarrow y-۴=۵k \Rightarrow \boxed{y=۵k+۴}$$

$$۵x+۲(۵k+۴)=۱۸ \Rightarrow ۵x+۱۰k-۱۰=۰ \Rightarrow ۵x=-۱۰k+۱۰ \xrightarrow{\div ۵} \boxed{x=-۲k+۲}$$

www.amoozeshmelli.com