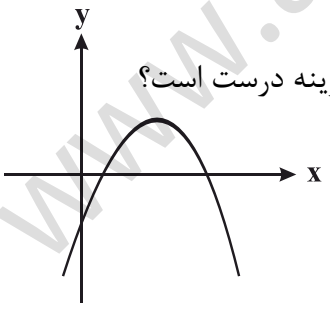
| | | |
|---|---|---|
| نام و نام خانوادگی: ..... | جمهوری اسلامی ایران<br>اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران<br>اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران<br>دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت<br>امتحانات **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴**<br>www.sarayedanesh.com<br>021-2936 | نام درس: حسابان (۱)<br>نام دبیر: فاطمه عراقی<br>تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶<br>ساعت امتحان: ۰۷ : ۳۰ صبح/عصر<br>مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| مقطع و رشته: یازدهم ریاضی | | |
| نام پدر: ..... | | |
| شماره داوطلب: ..... | | |
| تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه | | |

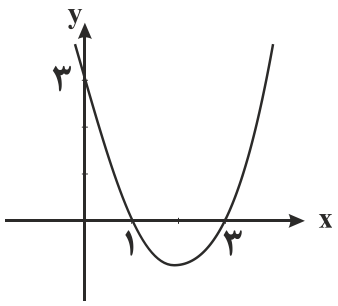
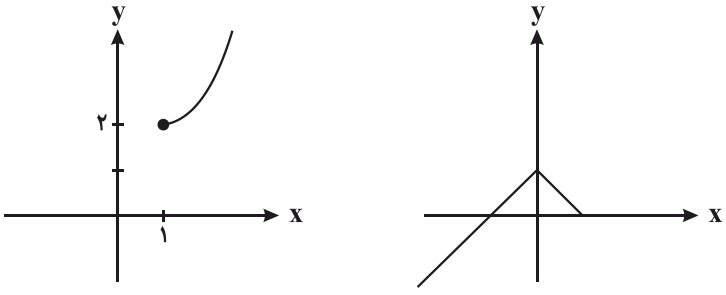
| | | | |
|---|---|---|---|
| نمره به عدد: | نمره به حروف: | نمره تجدید نظر به عدد: | نمره به حروف: |
| نام دبیر: | تاریخ و امضاء: | نام دبیر: | تاریخ و امضاء: |

محل مهر و امضاء مدیر

| ردیف | سؤالات | بارم |
|---|---|---|
| ۱ | **درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.**<br>الف) در رابطهٔ $(x-۱)^۲+(y+۲)^۲=۰$، $y$ تابعی از $x$ است. درست ☐ نادرست ☐<br>ب) هم‌دامنهٔ تابع، زیرمجموعه‌ای از برد آن است. درست ☐ نادرست ☐<br>پ) دو تابع $f(x)=x-۲$ و $g(x)=\frac{x^۲-۴}{x+۲}$ باهم برابرند. درست ☐ نادرست ☐<br>ت) اگر $f(x)=۲x+۴$ و $g(x)=\frac{۱}{x}$ باشند، آنگاه $(fog)(۲)=۵$ درست ☐ نادرست ☐ | ۱ |
| ۲ | **جاهای خالی را با اعداد یا عبارت مناسب تکمیل کنید.**<br>الف) اگر $a<۰<b$ و $\lvert b\rvert>\lvert a\rvert$ باشد، حاصل $\lvert a+b\rvert+\lvert a\rvert+\lvert b\rvert$ برابر ..... است.<br>ب) اگر $f(x)=[x-۳]$ باشد، آنگاه مقدار $f(۲-\sqrt{۲})$ برابر ..... است.<br>پ) تابع $f$ با ضابطهٔ $f(x)=\lvert x-۱\rvert$ روی بازهٔ $(-\infty,x_.]$ تابعی یک به یک است، بزرگ‌ترین مقدار $x_.$ برابر ..... است. | ۰/۷۵ |
| ۳ | **گزینه صحیح را انتخاب کنید.**<br>الف) در شکل زیر، نمودار سهمی $y=ax^۲+bx+c$ داده شده است. کدام گزینه درست است؟<br><br>۱) $bc>۰$ ۲) $ac<۰$<br>۳) $ab<۰$ ۴) $abc<۰$<br>ب) دامنهٔ تابع $f(x)=\frac{\sqrt{۹-x^۲}}{\sqrt{x^۲-۱}}$ شامل چند عدد صحیح است؟<br>۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸<br>پ) اگر $f(x)=۲x-۶$ و $g(x)=x^۲-۱$ باشد، جواب معادلهٔ $(fog)(x)=۰$ کدام است؟<br>۱) $\pm۲$ ۲) $\pm۴$ ۳) $\pm\sqrt{۲}$ ۴) $\pm\sqrt{۳}$ | ۱/۲۵ |



www.amoozeshmeli.com

| | | |
|---|---|---|
| ۴ | در یک دنبالهٔ حسابی، جملهٔ پنجم برابر ۳ و هر جمله از جملهٔ ماقبل خود به اندازهٔ ۲ واحد کمتر است. مجموع ۱۰ جملهٔ اول آن را بیابید. | ۱ |
| ۵ | در یک دنبالهٔ هندسی صعودی $S_{۸}=۸۲S_{۴}$ است، قدر نسبت دنباله را بیابید. | ۱ |
| ۶ | $m$ را طوری بیابید که یکی از ریشه‌های معادلهٔ $۲x^{۲}-۶x+m=۰$ دو برابر ریشهٔ دیگر باشد. | ۱ |
| ۷ | نمودار سهمی $f(x)=ax^{۲}+bx+c$ به صورت مقابل است.<br>الف) ضابطهٔ سهمی را بدست آورید.<br>ب) برد تابع را مشخص کنید.<br> | ۱ |
| ۸ | **معادلات زیر را حل کنید.**<br>الف) $\sqrt{۱+x}+۵=x$<br>ب) $(\frac{x^{۲}}{۲}-۱)^{۲}+(\frac{x^{۲}}{۲}-۱)-۲=۰$ | ۲ |
| ۹ | ابتدا نمودار $f(x)=\|\|x|-۲\|$ را رسم کنید و سپس معادلهٔ $f(x)=۱$ را به روش جبری و هندسی حل کنید. | ۱/۷۵ |
| ۱۰ | مثلث $ABC$ با سه رأس $A(-۳,۲)$ و $B(۲,۴)$ و $C(۰,۶)$ مفروض است:<br>الف) طول میانهٔ $AM$ را بدست آورید.<br>ب) معادلهٔ عمودمنصف ضلع $BC$ را بیابید. | ۱/۲۵ |
| ۱۱ | خط $۴x+۳y+۱=۰$ بر دایرهٔ $C$ به مرکز $O(۳,-۱)$ مماس است. شعاع دایره را بیابید. | ۰/۵ |
| ۱۲ | نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}-\frac{۱}{x} & x<۰\\ -\sqrt{x+۱} & x\geq ۰\end{cases}$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید. | ۱/۲۵ |
| ۱۳ | نمودار تابع $y=[\frac{۱}{۲}x+۱]$ را در بازهٔ $[-۴,۲)$ رسم کنید. | ۱/۵ |
| ۱۴ | الف) نمودار «تابع وارون» هر یک از تابع‌های زیر را که یک به یک است، در همان دستگاه مختصات رسم کنید.<br>ب) ضابطهٔ تابع وارون، تابع $f(x)=\frac{۲x}{x-۱}$ را بدست آورید.<br> | ۱/۲۵ |



www.amoozeshmelli.com

| | | |
|---|---|---|
| ۱۵ | اگر $f=\{(۱,۲),(۲,۴),(-۱,۳),(۴,۶)\}$ و $g=\{(۲,-۱),(۴,۱),(۶,۲),(۱,۰),(-۱,۴)\}$ باشند:<br>الف) تابع $gof$ را بیابید.<br>ب) تابع $\frac{f}{۲g}$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.<br>پ) مقدار $(۳f^{-۱}-g)(۲)$ را محاسبه کنید. | ۱/۷۵ |
| ۱۶ | اگر $f(x)=\frac{x+۲}{x-۲}$ و $g(x)=\sqrt{۴-x^۲}$ باشد:<br>الف) دامنهٔ تابع $fog$ را از راه فرمول بدست آورید.<br>ب) دامنهٔ $\frac{g}{f}$ را بیابید. | ۱/۷۵ |



**جمع بارم: ۲۰ نمره**

www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
**کلید** سؤالات پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴
www.sarayedanesh.com
021-2936

نام درس: حسابان (۱)
نام دبیر: خانم عراقی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
ساعت امتحان: ۰۷:۳۰ صبح/ عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

| ردیف | راهنمای تصحیح | محل مهر یا امضاء مدیر |
|---|---|---|
| ۱ | الف) درست ب) نادرست پ) نادرست ت) درست<br>هرمورد (۰/۲۵) | ۱ |
| ۲ | الف) $2b$ ب) $-3$ پ) $1$<br>هرمورد (۰/۲۵) | ۰/۷۵ |
| ۳ | الف) گزینه ۳ | ۰/۲۵ |
| | ب) گزینه ۲<br>$9-x^2\geq 0 \Rightarrow x^2\leq 9 \Rightarrow -3\leq x\leq 3$<br>$x^2-1>0 \Rightarrow x^2>1 \Rightarrow x<-1$ یا $x>1$<br>$[-3,-1)\cup(1,3]$ | ۰/۵ |
| | پ) گزینه ۱<br>$(fog)(x)=f(g(x))=2(x^2-1)-6=2x^2-8=0\Rightarrow x=\pm 2$ | ۰/۵ |
| ۴ | $a_5=3\Rightarrow a+4d=3 \xrightarrow{d=-2} a+4(-2)=3\Rightarrow a=11$ (۰/۲۵)<br>$S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]\Rightarrow S_{10}=5[2(11)+9(-2)]=20$ (۰/۲۵) | ۱ |
| ۵ | $S_n=\frac{a(1-q^n)}{1-q}$ $S_8=17S_4\Rightarrow \frac{a(1-q^8)}{1-q}=17\times\frac{a(1-q^4)}{1-q}$ (۰/۲۵)<br>$q^4=16\Rightarrow (1-q^4)(1+q^4)=17(1-q^4)$ (۰/۲۵)<br>$\xrightarrow{q\neq 1} 1-q^8=17(1-q^4)\Rightarrow q=2$ (۰/۲۵) | ۱ |

www.amoozeshmelli.com

**۶** (۱)

$\beta = 2\alpha$ (۰٫۲۵)، $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha + 2\alpha = 3 \Rightarrow 3\alpha = 3 \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$ (۰٫۲۵)

$\boxed{\beta = 2}$ (۰٫۲۵)، $P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 = \frac{m}{2} \Rightarrow \boxed{m = 4}$ (۰٫۲۵)

راه دیگر: بعد از به دست آوردن $\alpha$ آن را در معادله جایگذاری کنید و $m$ را بیابید.

**۷** (۱)

الف) $y = a(x - x')(x - x'') \Rightarrow y = a(x-1)(x-3)$ (۰٫۲۵)

$(0, 3) \Rightarrow a(0-1)(0-3) = 3 \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1$ (۰٫۲۵)

$y = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$ (۰٫۲۵)

ب) $x_S = \frac{1+3}{2} = 2 \Rightarrow y_S = 4 - 8 + 3 = -1$ $\quad R_f = [-1, +\infty)$ (۰٫۲۵)

**۸** (۱)

الف) $(\sqrt{1+x})^2 = (x-5)^2 \Rightarrow 1 + x = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow$ (۰٫۲۵)

$x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow (x-8)(x-3) = 0$ (۰٫۲۵)

$\boxed{x = 8}$ ق.ق (۰٫۲۵)

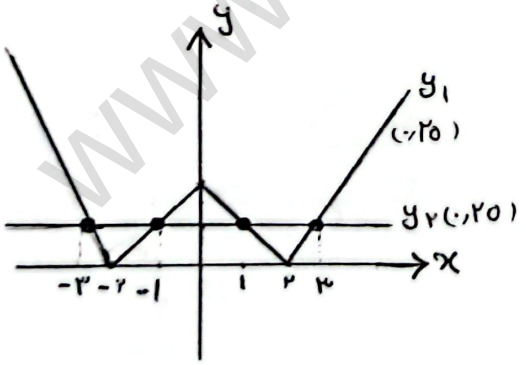
$\boxed{x = 3}$ غ.ق.ق ✗ (۰٫۲۵)

ب) $\frac{x^2}{2} - 1 = t \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$ (۰٫۲۵) $\xrightarrow{a+b+c=0}$ $\boxed{t = 1}$ (۰٫۲۵)، $t = \frac{c}{a} = \boxed{-2}$

$\frac{x^2}{2} - 1 = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \pm 2}$ (۰٫۲۵)

$\frac{x^2}{2} - 1 = -2 \Rightarrow x^2 = -2$ غ.ق.ق (۰٫۲۵)

**۹** (۱٫۷۵)




روش جبری: $||x|-2| = 1 \Rightarrow |x|-2 = \pm 1$ (۰٫۲۵)

$|x| = 3 \Rightarrow x = \pm 3$ (۰٫۲۵)

$|x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ (۰٫۲۵)

روش هندسی:

$\begin{cases} y_1 = ||x|-2| \\ y_2 = 1 \end{cases}$

معادله ۴ جواب دارد

$\begin{cases} x = \pm 3 \\ x = \pm 1 \end{cases}$ (۰٫۲۵)

| جمع بارم: ۲۰ نمره | نام و نام خانوادگی مصحح: | امضاء: |
|---|---|---|

www.amoozeshmelli.com

۱۰

الف) $x_M = \frac{x_B + x_C}{2} \Rightarrow x_M = \frac{0+2}{2} = 1$

$y_M = \frac{y_B + y_C}{2} \Rightarrow y_M = \frac{4+6}{2} = 5$ $\quad M(1,5)$ (۰٫۲۵)

$AM = \sqrt{(1+2)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{18} = 5$ (۰٫۲۵)

۱٫۲۵ ب) $m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} \Rightarrow m_{BC} = \frac{6-4}{0-2} = -1$ (۰٫۲۵) $\Rightarrow m_{\text{عمودمنصف}} = 1$ (۰٫۲۵)

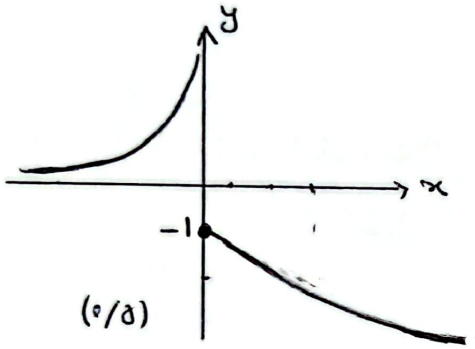
$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 5 = 1(x-1) \Rightarrow y = x + 4$ (۰٫۲۵)

۱۱

۰٫۵ $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow d = \frac{|4(2) + 3(-1) + 1|}{\sqrt{16+9}} = \frac{10}{5} = 2$ (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

۱۲

۱٫۲۵




(۰٫۵)

$D = R$ (۰٫۲۵)

$R_f = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$ (۰٫۵)

۱۳

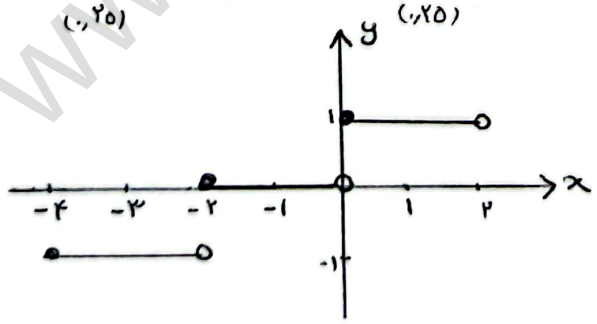
۱٫۵ $y = [\frac{1}{2}x] + 1$ $\quad -4 \leq x < 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{2}x < 1$

$-4 \leq x < -2$ $\quad -2 \leq \frac{1}{2}x < -1 \Rightarrow [\frac{1}{2}x] = -2 \Rightarrow y = -1$

$-2 \leq x < 0$ $\quad -1 \leq \frac{1}{2}x < 0 \Rightarrow [\frac{1}{2}x] = -1 \Rightarrow y = 0$

$0 \leq x < 2$ $\quad 0 \leq \frac{1}{2}x < 1 \Rightarrow [\frac{1}{2}x] = 0 \Rightarrow y = 1$

(۰٫۲۵) (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

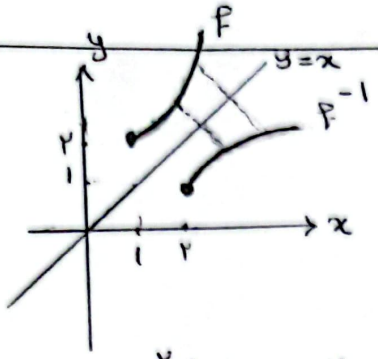



(۰٫۷۵)

www.amoozeshmelli.com

۱۴

الف) نمودار دو تابع یک به یک نسبت به خط موازی محور $x$ها، نمودار را در ۲ نقطه قطع می‌کند (۰/۵)




۱/۲۵

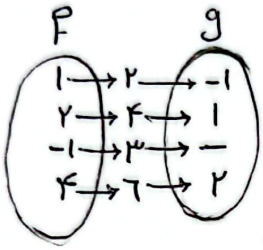
ب) $y=\frac{۲x}{x-۱} \Rightarrow yx-y=۲x \Rightarrow yx-۲x=y \Rightarrow x(y-۲)=y$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$x=\frac{y}{y-۲} \Rightarrow F^{-1}(x)=\frac{x}{x-۲}$ (۰/۲۵)

---

۱۵

الف)




$g\circ F=\{(۱,-۱),(۲,۱),(۴,۲)\}$ (۰/۵)

۱/۷۵

ب) $D_{\frac{F}{۲g}}=D_F\cap D_g-\{x\mid g(x)=۰\} \Rightarrow D_{\frac{F}{۲g}}=\{۱,۲,-۱,۴\}-\{۱\}=\{۲,-۱,۴\}$ (۰/۲۵)

$\frac{F}{۲g}=\{(۲,-۲),(-۱,\frac{۳}{۷}),(۴,۳)\}$ (۰/۵)

ج) $۳F^{-1}(۲)-g(۲)=۳(۱)-(-۱)=۴$ (۰/۵)

---

۱۶

الف) $D_F=R-\{۲\}$ (۰/۲۵) $D_g=[-۲,۲]$ (۰/۲۵)

۱/۷۵

$D_{Fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_F\} \Rightarrow D_{Fog}=\{x\in[-۲,۲] \mid \sqrt{۴-x^۲}\neq ۲\}$ (۰/۲۵)

$۴-x^۲\neq ۴$

$x^۲\neq ۰ \rightarrow x\neq ۰$

$\Rightarrow D_{Fog}=[-۲,۲]-\{۰\}$ (۰/۲۵)

ب) $D_{\frac{g}{F}}=D_F\cap D_g-\{x\mid F(x)=۰\} \Rightarrow D_{\frac{g}{F}}=[-۲,۲]-\{۲\}-\{-۲\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$\Rightarrow D_{\frac{g}{F}}=(-۲,۲)$ (۰/۲۵)

---

جمع بارم: ۲۰ نمره | نام و نام خانوادگی مصحح: فاطمه عراقی | امضاء:

www.amoozeshmelli.com