نام و نام خانوادگی: مقطع و رشته: یازدهم ریاضی نام پدر: شماره داوطلب: تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه۶ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ آزمون **نیمسال دوم** سال تحصیلی **۱۴۰۴-۱۴۰۵**	نام درس: آمار و احتمال یازدهم نام دبیر: آقای احمدی تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۴/۱۰ ساعت امتحان: ۸ صبح/ عصر مدت امتحان : ۷۰ دقیقه

نمره به عدد: نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر: تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	با استفاده از جدول ارزش، ثابت کنید که گزاره‌های $(p \wedge q) \Rightarrow r$ و $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ با یکدیگر هم‌ارز هستند.	۲
۲	نقیض گزاره‌های سوری زیر را بنویسید و ارزش هر یک را مشخص کنید: الف) $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq 0$ ب) $\exists y \in \mathbb{Z} \quad y^2 = 2$	۲
۳	اگر $A = \{1,2,3\}$ و $B = \{2,3,4\}$ دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع $U = \{1,2,3,4,5\}$ باشند، با استفاده از قوانین دمورگان ثابت کنید: $(A \cup B)' = A' \cap B'$	۲
۴	در یک کارخانه، ۶۰٪ قطعات توسط ماشین A و ۴۰٪ توسط ماشین B تولید می‌شوند. درصد معیوب‌سازی ماشین A برابر ۵٪ و ماشین B برابر ۱۰٪ است. اگر یک قطعه به طور تصادفی انتخاب شود و معیوب باشد، احتمال اینکه توسط ماشین A تولید شده باشد را با قانون بیز محاسبه کنید.	۲
۵	دو تاس سالم را همزمان پرتاب می‌کنیم. فرض کنید A پیشامد آمدن عدد ۳ روی تاس اول و B پیشامد آمدن مجموع ۷ روی دو تاس باشد. الف) فضای نمونه را مشخص کنید. ب) نشان دهید که A و B مستقل هستند.	۳
۶	در یک کیسه ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد. دو مهره به ترتیب و بدون جای‌گذاری خارج می‌شوند. احتمال اینکه مهره اول قرمز و مهره دوم آبی باشد را با قانون ضرب احتمال محاسبه کنید.	۲
۷	نمرات ۱۰ دانش‌آموز در یک آزمون به صورت زیر است: ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۱۵, ۱۷, ۱۴, ۱۹, ۱۵, ۱۶, ۱۷ میانگین، میانه و مد این داده‌ها را محاسبه کنید.	۲
۸	برای داده‌های سوال ۷، واریانس، انحراف معیار و ضریب تغییرات را محاسبه کنید.	۲
۹	یک نمونه تصادفی ۲۵ نفره از دانشجویان انتخاب شده و سن آن‌ها به صورت زیر است: ۲۲, ۲۳, ۲۱, ۲۴, ۲۲, ۲۵, ۲۰, ۲۳, ۲۲, ۲۱, ۲۴, ۲۲, ۲۳, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۰, ۲۲, ۲۱, ۲۳ الف) میانگین نمونه را محاسبه کنید. ب) با فرض اینکه انحراف معیار جامعه (σ) برابر ۱.۵ سال باشد، بازهٔ اطمینان ۹۵٪ برای میانگین سن کل دانشجویان را به دست آورید.	۳

جمع بارم : ۲۰ نمره

www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحدحافظ
کلید سؤالات خرداد ماه سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴
www.sarayedanesh.com

نام درس: آمار و احتمال یازدهم
نام دبیر: احمدی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۴/ ۱۰
ساعت امتحان: ۸ صبح/ عصر
مدت امتحان: ۷۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر

۱ جدول ارزش را تشکیل می‌دهیم:

p	q	r	p∧q	(p∧q)⇒r	q⇒r	p⇒(q⇒r)
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د	د	د

۲

الف) گزاره «$\forall x\in\mathbb{R}$ ؛ $x^2 \geq 0$» درست است.
نقیض آن: $\exists x\in\mathbb{R}$ ؛ $x^2 < 0$ (نادرست است).

ب) گزاره «$\exists y\in\mathbb{Z}$ ؛ $y^2 = 2$» نادرست است.
نقیض آن: $\forall y\in\mathbb{Z}$ ؛ $y^2 \neq 2$ (درست است).

www.amoozeshmelli.com

۳	*طبق قانون دمورگان* $(A \cup B)' = A' \cap B'$: $A \cup B = \{۱،۲،۳،۴\}$ *بنابراین* $(A \cup B)' = \{۵\}$ *از طرفی:* $A' = U - A = \{۴،۵\}$ $B' = U - B = \{۱،۵\}$ $A' \cap B' = \{۴،۵\} \cap \{۱،۵\} = \{۵\}$ *پس دو طرف برابرند و حکم ثابت شد.*
۴	فرض کنید: A = قطعه توسط ماشین A ساخته شده باشد. B = قطعه توسط ماشین B ساخته شده باشد. D = قطعه معیوب باشد. داده‌ها: $P(A) = ۰,٦ , P(B) = ۰,٤$ $P(D\|A) = ۰,۰۵ , P(D\|B) = ۰,۱۰$ ابتدا P(D) را با قانون احتمال کل حساب می‌کنیم: $P(D) = P(A)\cdot P(D\|A) + P(B)\cdot P(D\|B) = ۰,٦\times۰,۰۵ + ۰,٤\times۰,۱۰ = ۰,۰۳ + ۰,۰٤ = ۰,۰۷$ حال قانون بیز: $P(A\|D) = [P(A)\cdot P(D\|A)] / P(D) = (۰,٦\times۰,۰۵) / ۰,۰۷ = ۰,۰۳ / ۰,۰۷ = ۳/۷$ پس احتمال اینکه قطعهٔ معیوب توسط ماشین **A** ساخته شده باشد، **۳/۷** است.
۵	**الف (**فضای نمونه $S = \{۱،۲،۳،٤،۵،٦\} \times \{۱،۲،۳،٤،۵،٦\}$:که ۳۶ عضو دارد. **ب (**برای استقلال باید $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$ باشد. $A = \{(۳،۱),(۳،۲),(۳،۳),(۳،٤),(۳،۵),(۳،٦)\} \Rightarrow P(A) = ٦/۳٦ = ۱/٦$ $B = \{(۱،٦),(۲،۵),(۳،٤),(٤،۳),(۵،۲),(٦،۱)\} \Rightarrow P(B) = ٦/۳٦ = ۱/٦$ $A\cap B = \{(۳،٤)\} \Rightarrow P(A\cap B) = ۱/۳٦$ $P(A)\cdot P(B) = (۱/٦)\times(۱/٦) = ۱/۳٦$ پس $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$ و بنابراین **A** و **B** مستقل‌اند.
۶	:طبق قانون ضرب احتمال P(اول قرمز و دوم آبی) = P(اول قرمز) × P(دوم آبی | اول قرمز) تعداد کل مهره‌ها = ۸ P(اول قرمز) =۵/۸ پس از خارج شدن یک مهرهٔ قرمز، ۴ قرمز و ۳ آبی باقی می‌ماند (مجموعاً ۷ مهره). P(دوم آبی | اول قرمز) بنابراین: **P = (۵/۸) × (۳/۷) = ۱۵/۵۶**

www.amoozeshmelli.com

۷	**میانگین:** $\bar{x}$ = (۱۴+۱۶+۱۸+۱۵+۱۷+۱۴+۱۹+۱۵+۱۶+۱۷) / ۱۰ = ۱۶۱/۱۰ = **۱۶,۱** **مرتب‌سازی داده‌ها**۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۱۹ **:** **میانه :**چون ۱۰ داده داریم، میانه میانگین دو داده‌ٔ وسط (پنجم و ششم) است: ۲/(۱۶+۱۶) = **۱۶** **مد :**مقادیر ۱۴، ۱۵، ۱۶ و ۱۷ هر کدام ۲ بار تکرار شده‌اند، پس **مد منحصربه‌فرد ندارد (چندمدی است).**
۸	میانگین = ۱۶.۱ انحراف از میانگین و مربع آن : (۱۴-۱۶,۱)²=۴,۴۱ , (۱۶-۱۶,۱)²=۰,۰۱ , (۱۸-۱۶,۱)²=۳,۶۱ , (۱۵-۱۶,۱)²=۱,۲۱ , (۱۷-۱۶,۱)²=۰,۸۱ (۱۴-۱۶,۱)²=۴,۴۱ , (۱۹-۱۶,۱)²=۸,۴۱ , (۱۵-۱۶,۱)²=۱,۲۱ , (۱۶-۱۶,۱)²=۰,۰۱ , (۱۷-۱۶,۱)²=۰,۸۱ جمع مربع انحراف ها = ۹,۲۴ واریانس معیار انحراف ۲,۴۹ = ۱۰ / ۲۴,۹ = σ^2: تغییرات ضریب ۱,۵۸ ≈ $\sqrt{2,49}$ = σ: $CV = \sigma / \bar{x}$ = ۱,۵۸ / ۱۶,۱ ≈ ۰,۰۹۸ = ۹,۸٪:
۹	مجموع سن‌ها = ۵۵۰ **(الف** میانگین نمونه: $\bar{x}$ = ۵۵۰ / ۲۵ = **۲۲** **(ب** برای میانگین جامعه ۹۵٪ فرمول بازه اطمینان: $\bar{x} - ۲\sigma/\sqrt{n} \le \mu \le \bar{x} + ۲\sigma/\sqrt{n}$ σ = ۱,۵ , n = ۲۵ , $\bar{x}$ = ۲۲ $۲\sigma/\sqrt{n}$ = ۲×۱,۵/√۲۵ = ۳/۵ = ۰,۶ بنابراین: ۲۲ − ۰,۶ ≤ μ ≤ ۲۲ + ۰,۶ **۲۱,۴ ≤ μ ≤ ۲۲,۶** **پس با اطمینان ۹۵٪، میانگین سن کل دانشجویان بین ۲۱,۴ و ۲۲,۶ سال است.**

www.arnoozeshmelli.com