نام و نام خانوادگی: .....
مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
نام پدر: .....
شماره داوطلب: .....
تعداد صفحه سؤال:۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
امتحانات **پایان ترم نیمسال دوم سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴**
www.sarayedanesh.com
021-2936

نام درس: آمار و احتمال
نام دبیر:لیلا رستگاریان
تاریخ امتحان: ۰۸ / ۰۴ /۱۴۰۵
ساعت امتحان: ۰۸:۳۰ صبح/ عصر
مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	**گزینه مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.** الف) وقتی داده دور افتاده داریم بهتر است از معیار پراکندگی (دامنه میان چارکی – انحراف معیار) استفاده کنیم. ب) مشخصه عددی که توصیف کننده جنبه ای خاص از جامعه است (آماره – پارامتر) نام دارد. ج) مجموعه مقادیری که گزاره نما را به گزاره تبدیل می کند (دامنه متغیر – مجموعه جواب) نام دارد. د) سورها یک (گزاره – گزاره نما) محسوب می شوند.	۱
۲	**کدامیک گزاره است؟ ارزش آن را بگویید (با دلیل) و کدام گزاره نیست؟ علت را بگویید.** الف) چه هوای خوبی (۰/۵ نمره) ب) مجموع هر دو عدد اول عددی زوج است. (۰/۵ نمره) پ) در پرتاب هم زمان دو تاس احتمال ظاهر شدن دو عدد زوج بیشتر از احتمال ظاهر شدن یک عدد فرد و یک عدد اول است. (۰/۷۵ نمره) ت) بهترین آب و هوا، آب و هوای بهار است. (۰/۵ نمره)	۲/۲۵
۳	**گزاره زیر را به زبان ریاضی بنویسید و ارزش آن را تعیین کنید (با دلیل) و نقیض آن را بنویسید.** «حاصل ضرب هر سه عدد طبیعی متوالی مضرب ۶ است»	۱/۵
۴	**هم ارزی روبرو را روی جدول ارزش بررسی کنید.** $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$	۱
۵	به روش عضوگیری دلخواه ثابت کنید: «اگر $A \subseteq B$ باشد آن گاه $A - B = \varnothing$ »	۰/۷۵
۶	**توسط جبر مجموعه ها نشان دهید:** ۱) $(A-B)\cup(A\cap B)\cup(B-A)=A\cup B$ (۱ نمره) ۲) $(A\cup B)-C=(A-C)\cup(B-C)$ (۰/۵ نمره)	۱/۵
۷	**نمودار $A\times B$ را در دو مورد زیر رسم کنید.** الف) $A=[1,4], B=\mathbb{R}$ ب) $A=\{1,4\}$ و $B=\mathbb{R}$	۰/۵
۸	**ثابت کنید: اگر $B \subseteq A$ باشد، آن گاه** $P(A-B)=P(A)-P(B)$	۰/۵

www.amoozeshmelli.com

۹	**عددی به تصادف از بین $S=\{۱۰۱,۱۰۲,...,۲۰۰\}$ انتخاب می کنیم، احتمال این که این عدد نه بر ۴ بخش‌پذیر باشد و نه بر ۶، چقدر است؟**	۱
۱۰	**در فضای نمونه ای $S=\{a,b,c,d\}$ اگر $P(a)=\frac{۱}{۸}$ و $P(b)=\frac{۸m+۳}{۸}$ و $P(c)=۲P(a)$ و $P(d)=m$ باشد، مطلوبست محاسبه مقدار m؟**	۰/۷۵
۱۱	**سارا و ساناز عضو تیم ۱۲ نفره بسکتبال هستند. در این تیم قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر بدانیم سارا از ساناز بلندتر است.** الف) احتمال این که سارا بلندقدترین باشد چقدر است؟ (۰/۵ نمره) ب) احتمال این که سارا از نظر بلندی قد نفر یازدهم باشد، چقدر است؟ (۰/۵ نمره)	۱
۱۲	**از یک جعبه که ۵ پرتقال و ۴ سیب و ۶ خیار دارد، میوه ای برداشته و به جعبه ای که ۳ سیب و ۷ پرتقال و ۵ خیار دارد، اضافه می کنیم و سپس از جعبه دوم میوه ای برمی داریم.** الف) چقدر احتمال دارد از جعبه دوم سیب خارج شود؟ (۰/۵ نمره) ب) اگر از جعبه دوم سیب خارج شود چقدر احتمال دارد از جعبه اول پرتقال خارج شده باشد؟(۰/۵ نمره)	۱
۱۳	**در یک آزمون که ۴ سؤال ۴ گزینه ای و ۶ سؤال ۳ گزینه ای دارد، اگر تمام سؤالات را به تصادف پاسخ داده باشیم، چقدر احتمال دارد ۲ سؤال ۴ گزینه ای و ۳ سؤال ۳ گزینه ای را درست پاسخ داده باشیم؟**	۰/۷۵
۱۴	**نمودار بافت نگاشت برحسب فراوانی نسبی را برای داده های زیر که قد دانش آموزان یک مدرسه است، رسم کنید و میانگین قد دانش آموزان را به دست آورید و جدول را کامل کنید.**	۲

کرانه ها	حدود دسته	فراوانی	فراوانی نسبی
$[۱۲۹/۵-۱۳۹/۵]$		۴	
$[۱۳۹/۵-۱۴۹/۵]$		۷	
	$۱۵۰\le x<۱۶۰$	۱۲	
	$۱۶۰\le x\le ۱۷۰$	۹	

۱۵	**نمودار زیر نمرات درس حسابان یک کلاس را نشان می دهد.**  الف) دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی چند است؟ ب) چند درصد دانش آموزان نمره بالای ۱۷ آورده اند؟ ج) تمرکز نمرات در کدام قسمت بیشتر است و پراکندگی نمرات در کدام قسمت بیشتر است؟	۱
۱۶	**جدول برآورد میانگین برای نمونه های به اندازه ۲ را برای جامعه ای که داده های آن حقوق کارمندان یک شرکت است، رسم کنید. انحراف معیار برآورد میانگین در صورتی که اندازه نمونه ۲ باشد، چقدر است؟** ۶,۲,۷,۵,۳,۷	۲
۱۷	**بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه ای با انحراف معیار ۷ در صورتی که نمونه ای به اندازه‌ی ۹ و با میانگین ۱۷ انتخاب کرده باشیم، چقدر است؟**	۰/۵

www.amoozeshmaji.com

۱۸	**از بین ۲۰۰ نفر از پرسنل یک شرکت می خواهیم نمونه ای به اندازه ی ۴۰ انتخاب کنیم.** الف) اگر از روش سیستماتیک استفاده کنیم، چه طور می توان نمونه گیری کرد؟ ب) اگر از روش طبقه ای نمونه گیری کنیم، چه طور می توان نمونه گیری کرد؟ احتمال انتخاب واحدهای آماری در هر مورد برابرند یا خیر؟	۱
موفق باشید		

جمع بارم : ۲۰ نمره

www.amoozeshmelli.com

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحدفلسطین
امتحانات **پایان ترم نیمسال دوم سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴**
۰۲۱-۲۹۳۶

نام درس: آمار و احتمال
نام دبیر: لیلا رستگاریان
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۴/ ۰۸
ساعت امتحان: ۰۸:۳۰صبح/ عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح — محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) دامنه میان چارکی ب) پارامتر ج) دامنه متغیر د) گزاره
۲	الف) گزاره نیست – جمله تعجبی است. ب) گزاره نادرست مثال نقض $۲+۳=۵$ پ) گزاره نادرست $A \leftarrow$ احتمال ظاهر شدن دو عدد زوج $P(A)=\frac{۳\times ۳}{۳۶}=\frac{۱}{۴}$ $B \leftarrow$ احتمال ظاهر شدن یک عدد اول و یک عدد فرد $P(B)=(۳\times ۳+۱\times ۳+۲\times ۱=۱۴)$ $n(B)=\left\|\{۲,۳,۵\}\times\{۱,۳,۵\}\right\|+\left\|\{۱\}\times\{۲,۳,۵\}\right\|+\left\|\{۳,۵\}\times\{۲\}\right\|=۹+۳+۲=۱۴$ $P(B)>P(A)$ $P(B)=\frac{۱۴}{۳۶}$ ت) گزاره نیست. سلیقه ای است.
۳	گزاره درست. ازهر دو عدد متوالی یکی مضرب ۲ است. $\forall x,k;x,k\in\mathbb{N};x(x+۱)(x+۲)=۶k$ و هر سه عدد متوالی یکی مضرب ۳ است. نقیض: $\exists x,k;x,k\in\mathbb{N};x(x+۱)(x+۲)\neq ۶k$ پس در ضرب ۳ عدد متوالی هم مضرب ۲ است و هم مضرب ۳ یعنی مضرب ۶ است.
۴	$\sim(p\Leftrightarrow q)\equiv\sim p\Leftrightarrow q$

$\sim p\Leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim(p\Leftrightarrow q)$	$p\Leftrightarrow q$	q	p
	ن		د	د	د
	ن		ن	ن	د
	د		ن	د	ن
	د		د	ن	ن

۵	فرض: $A\subseteq B$ حکم: $A-B=\varnothing \Leftrightarrow \varnothing\subseteq A-B \wedge A-B\subseteq\varnothing$ (همواره درست) $\rightarrow \forall x;x\in A-B\Rightarrow \left\{\begin{array}{c} x\in A \overset{A\subseteq B}{\Rightarrow} x\in B \\ \wedge \qquad\qquad \wedge \\ x\notin B\Rightarrow x\notin B \end{array}\right\}\Rightarrow x\in B\cap B'\Rightarrow x\in\varnothing$ یعنی $A-B\subseteq\varnothing$ می باشد.

www.amoozeshnelli.com

۶

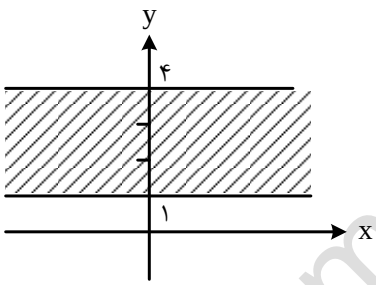
۱) $(A-B)\cup(A\cap B)\cup(B-A)=\left[(A\cap B')\cup(A\cap B)\right]\cup(B\cap A')$

$=\underbrace{A\cap\underbrace{(B'\cup B)}_{u}}_{A}\cup(B\cap A')=(A\cup B)\cap\underbrace{(A\cup A')}_{u}=A\cup B$

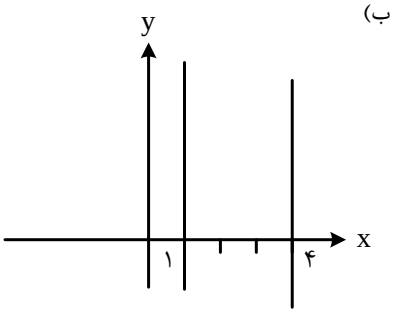
۲) $(A\cup B)-C=(A\cup B)\cap C'=(A\cap C')\cup(B\cap C')=(A-C)\cup(B-C)$

۷

الف)

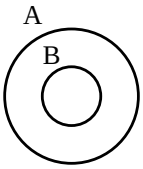


ب)



۸

$B, A-B$ دو مجموعه جدا ازهمند و اجتماعشان $\mathcal{A}$ است. پس



$P(A)=P(A-B)+P(B)\Rightarrow P(A-B)=P(A)-P(B)$

۹

$S=\{۱۰۱,...,۲۰۰\}\quad n(S)=۱۰۰\quad P(A\cup B)'=?$

$A=\{۱۰۴,۱۰۸,...,۲۰۰\}\quad n(A)=\left[\frac{۲۰۰}{۴}\right]-\left[\frac{۱۰۰}{۴}\right]=۲۵$

(مضرب ۴)

$B=\{۱۰۲,۱۰۸,...,۱۹۸\}\quad n(B)=\left[\frac{۲۰۰}{۶}\right]-\left[\frac{۱۰۰}{۶}\right]=۳۳-۱۶=۱۷$

(مضرب ۵)

$A\cap B=\{۱۰۸,۱۲۰,...,۱۹۲\}\quad n(A\cap B)=\left[\frac{۲۰۰}{۱۲}\right]-\left[\frac{۱۰۰}{۱۲}\right]=۱۶-۸=۸$

(مضرب ۴ و ۶)

(مضرب ۱۲)

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=۳۴$

$۲۵\quad +۱۷\quad -۸$

$n(A\cup B)'=n(S)-n(A\cup B)=۱۰۰-۳۴=۶۶$

$P(A\cup B)'=\frac{۶۶}{۱۰۰}$

۱۰

$S=\{a,b,c,d\}\quad P(a)=\frac{۱}{۸}, P(b)=\frac{۸m+۳}{۸}, P(c)=۲P(a)=\frac{۱}{۴}, P(d)=m$

$P(a)+P(b)+P(c)+P(d)=۱\Rightarrow\frac{۱}{۸}+\frac{۸m+۳}{۸}+\frac{۱}{۴}+m=۱$

$\Rightarrow\frac{۸m+۸m+۳}{۸}=\frac{۵}{۸}\Rightarrow ۱۶m+۳=۵\Rightarrow m=\frac{۱}{۸}$

www.amoozeshmelli.com

۱۱

$P(\text{سارا بلندترین}) = P(B) = \frac{۱}{۱۲}$ $P(\text{سارا بلندتر از ساناز}) = P(A) = \frac{۱}{۲}$

الف) $\frac{\text{ساناز}}{1}\ \frac{\text{سارا}}{1} = 10!$

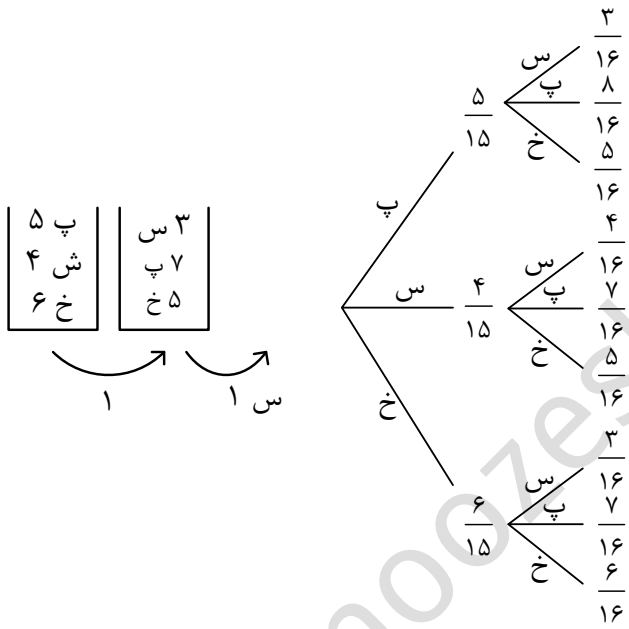
$n(C \cap A) = \underbrace{۱...\times ۹ \times ۱۰}_{۱۰}$ $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{۱}{۱۲}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۶}$

سارا یازدهمین و ساناز دوازدهمین

ب) $P(\text{سارا یازدهمین نفر}) = P(C)$

$P(C|A) = \frac{n(A \cap C)}{n(A)} = \frac{۱۰!}{\frac{۱۲!}{۲}} = \frac{۲}{۱۲ \times ۱۱} = \frac{۱}{۶۶}$

۱۲



$P(\text{س}) = \frac{۵}{۱۵} \times \frac{۳}{۱۶} + \frac{۴}{۱۵} \times \frac{۴}{۱۶} + \frac{۶}{۱۵} \times \frac{۳}{۱۶}$

$P(\text{پ} | \text{س}) = \frac{\frac{۵}{۱۵} \times \frac{۳}{۱۶}}{P} = \frac{\frac{۱۵}{۱۶ \times ۱۵}}{\frac{۴۹}{۱۵ \times ۱۶}}$

$= \frac{۵ \times ۳}{۵ \times ۳ + ۴ \times ۴ + ۶ \times ۳} = \frac{۱۵}{۴۹}$

۱۳

$\binom{۴}{۲}(\frac{۱}{۴})^۲(\frac{۳}{۴})^۲ \times \binom{۶}{۳}(\frac{۱}{۳})^۳(\frac{۲}{۳})^۳ = \overset{۲}{\cancel{۶}} \times \frac{\overset{۴}{\cancel{۹}}}{\underset{۴}{\cancel{۴}}\ \underset{۴}{\cancel{۴}}} \times \frac{\overset{۵}{\cancel{۲۰}} \times ۸}{\underset{۶}{\cancel{۳}}\ \underset{۲۷}{\cancel{۳}}} = \frac{۵}{۴ \times ۲۷} = \frac{۵}{۱۰۸}$

www.amoozeshmelli.com

۱۴

کرانه ها	حدود دسته	فروانی	فراوانی نسبی	مرکز دسته	فراوانی × مرکز دسته
$[۱۲۹/۵-۱۳۹/۵]$	$۱۳۰ \le x < ۱۴۰$	۴	$\frac{۴}{۳۲}$	۱۳۵	۱۳۵×۴
$[۱۳۹/۵-۱۴۹/۵]$	$۱۴۰ \le x < ۱۵۰$	۷	$\frac{۷}{۳۲}$	۱۴۵	۱۴۵×۷
$[۱۴۹/۵-۱۵۹/۵]$	$۱۵۰ \le x < ۱۶۰$	۱۲	$\frac{۱۲}{۳۲}$	۱۵۵	۱۵۵×۱۲
$[۱۵۹/۵-۱۶۹/۵]$	$۱۶۰ \le x < ۱۷۰$	۹	$\frac{۹}{۳۲}$	۱۶۵	۱۶۵×۹
		۳۲			

$$\bar{x} = \frac{\quad}{۳۲} =$$

۱۵

الف) $IQR = ۱۹-۱۲ = ۷ \quad , R = ۲۰-۸ = ۱۲$

ب) ۵۰٪ ج) تمرکز نمرات در فاصله ی بین $Q_۳$ و max داده ها یعنی ۱۹ تا ۲۰ بیشتر است و پراکندگی در فاصله ی بین ۱۲ تا ۱۷ یعنی چارک اول تا میانه بیشتر است.

۱۶

الف) تعداد نمونه ها $\binom{۶}{۲} = ۱۵$

نمونه	$\{۲,۳\}$	$\{۲,۵\}$	$\{۲,۶\}$	$\{۲,۷\}$ $\{۲,۷\}$ $\{۳,۶\}$	$\{۳,۷\}$ $\{۳,۷\}$	$\{۵,۶\}$	$\{۵,۷\}$ $\{۵,۷\}$	$\{۶,۷\}$ $\{۶,۷\}$	$\{۷,۷\}$
$\bar{x}$	۲/۵	۳/۵	۴	۴/۵	۵	۵/۵	۶	۶/۵	۷
احتمال	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۳}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$

ب)

$$\bar{x} = \frac{۲+۳+۵+۶+۷+۷}{۶} = ۵$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(-۳)^۲ + (-۲)^۲ + ۰ + ۱^۲ + ۲^۲ + ۲^۲}{۶}} = \sqrt{\frac{۱۱}{۳}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\frac{۱۱}{۳}}}{\sqrt{۲}} = \sqrt{\frac{۱۱}{۶}}$$

www.amoozeshmelli.com

۱۷	$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۱۷-\frac{۲(۷)}{\sqrt{۹}} \le \mu \le ۱۷+\frac{۲(۷)}{\sqrt{۹}}$ $۱۷-\frac{۱۴}{۳} \le \mu \le ۱۷+\frac{۱۴}{۳}$
۱۸	الف) $\frac{۲۰۰}{۴۰}=۵$ از هر ۵ نفر یک نفر باید انتخاب شود یعنی اندازه طبقات باید ۵ باشد. مثلاً از طبقه اول اگر نفر اول انتخاب شود، از طبقه دوم شماره ۶ و طبقه سوم شماره ۱۱ و ... انتخاب می شود. مثلاً هنگام ورود یا خروج پرسنل از شرکت می توان هر ۵ نفر یکی را انتخاب کرد. احتمال انتخاب واحدهای آماری برابر است. و برابر $\frac{۱}{۵}$ است. ب) در اتاق ها یا بخش های مختلف شرکت از هر بخش چند نفر را نمونه تصادفی ساده انتخاب می کنیم. احتمال انتخاب واحدهای آماری لزوماً برابر نیستند.

جمع بارم : ۲۰نمره	**نام و نام خانوادگی مصحح :** **امضاء:**

www.amoozeshmelli.com