

ریاضی و آمار ۲

- فصل اول : منطق و استدلال ریاضی ۱
- گزاره ها و ترکیب گزاره ها ۱
- استدلال ریاضی ۲۰



فصل اول : منطق و استدلال ریاضی گزاره ها و ترکیب گزاره ها

گزاره چیه؟

۱

در منطق ریاضی به هر جمله خبری که بتوانیم در حال یا آینده درستی یا نادرستی (راست و دروغ) را به آن نسبت دهیم یک گزاره گفته می‌شود. درست یا نادرست بودن گزاره را ارزش گزاره می‌نامند.

کدامیک از جملات زیر گزاره است؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

الف) شما چند سال دارید؟

ب) عدد ۲ عددی اول است.

پ) عدد $\sqrt{2}$ عددی گویا است.

ت) افلاطون شاگرد ارسطو است.

ث) $2 + 3 \times 4 = 2$

ج) عدد $(-1)^n$ عددی همواره مثبت است. ($n \in N$)

چ) سیب قرمز از سیب زرد خوشمزه‌تر است.

ح) لطفاً تخته را پاک کن.

نقیض کردن

۲

هر گزاره یک جمله خبری است که دارای فعل می‌باشد. برای نوشتن نقیض آن کافی است فعل جمله را نفی کنیم.

نقیض گزاره p را با نماد $(\sim P)$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت «نقیض p » یا «چنین نیست که p » می‌خوانیم.

در هریک از حالت‌های زیر نقیض گزاره را بیان کنید؛ سپس، ارزش هریک از گزاره‌های نقیض را مشخص کنید.

الف) عدد ۵ زوج است.

ب) تساوی $2 \times 2 = 4$ برقرار است.

پ) عدد ۱۲ از ۱۵ کوچک‌تر است.

ت) ارسطو شاگرد افلاطون است.

ث) ایران در منطقه غرب آسیا قرار دارد.

ج) $(7 \times 3) > (4 \times 5)$



جبر گزاره‌ها (حساب گزاره‌ها):

جبر گزاره‌ها (حساب گزاره‌ها):

گاهی اوقات گزاره‌ای که بیان می‌کنیم، ترکیبی از دو یا چند گزاره است در این صورت برای تشخیص درستی یا نادرستی این گزاره‌ها که به گزاره‌های ترکیبی معروف هستند. برای این کار به یک سری نمادگذاری‌ها و قراردادهای نیاز داریم. به مجموعه این نمادگذاری‌ها و قراردادهای جبر گزاره‌ها گفته می‌شود.

همان‌طور که در سال‌های گذشته برای نشان دادن متغیرها از حروف استفاده می‌کردیم (عبارت‌های جبری) در جبر گزاره‌ها هم، از حروفی مانند p ، q ، r و ... برای نشان دادن گزاره‌ها استفاده خواهیم کرد.

ارزش هر گزاره درست را با «د» یا «T» و ارزش نادرستی آن را با «ن» یا «F» نشان می‌دهند.

چون هر گزاره درست یا نادرست (۲ حالت دارد) است برای n گزاره تعداد حالت‌های ارزش n گزاره برابر است.

چند تا جدول ببینیم....

برای ترکیب فصلی دو گزاره p از حرف ربط استفاده شده و آن را با نماد q نمایش می‌دهند.

(د) یا $\wedge$ (ج) یا $\vee$ (ب) و $\wedge$ (الف) و $\vee$



ترکیبات گزاره:

به ترکیب دو یا چند گزاره، گزاره مرکب یا ترکیبی گفته می‌شود.

گزاره‌های مرکب با توجه به حروف ربطی که دو گزاره را به هم مرتبط می‌کند به دسته‌های زیر تقسیم می‌شوند.

ترکیب عطفی:

اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند و با حرف ربط «و» به هم مرتبط شوند، ترکیب عطفی دو گزاره p و q گفته می‌شود و آن را به صورت «p/q» نمایش می‌دهند

نکته: یک ترکیب عطفی فقط وقتی درست است که:

ترکیب فصلی:

اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند و با حرف ربط «یا» به هم مرتبط شوند، ترکیب فصلی دو گزاره p و q گفته می‌شود و آن را به صورت «pVq» نمایش می‌دهند.

نکته: یک ترکیب فصلی فقط وقتی نادرست است که:

در جدول زیر، روبروی گزاره‌های داده‌شده ارزش آنها را با علامت مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده‌شده با یک گزاره ساده، گزاره مرکب را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	هفته هفت روز دارد و ماه شهریور ۳۱ روز دارد.		
۲	قرآن دارای ۳۰ جزء است و همه سوره‌های آن با بسم‌الله شروع می‌شود.		
۳	 و ۸ زوج است.	✓	
۴	کتاب قرآن ۱۱۴ سوره دارد و		✓
۵	۵۷ عددی اول است و ۲ عددی اول نیست.		
۶	۲ > ۵ و	✓	



ترکیب دو شرطی

ترکیب دوشروطی:

هرگاه بخواهیم از گزاره p ، گزاره q و همچنین از گزاره q ، گزاره p را نتیجه بگیریم از نماد « $\Leftrightarrow$ » استفاده می‌کنیم و ترکیب دو شرطی دو گزاره p و q را به صورت « $p \Leftrightarrow q$ » می‌نویسیم و به صورت‌های « p نتیجه می‌دهد q را و q نتیجه می‌دهد p را» یا «اگر p آنگاه q آنگاه p » یا «اگر p آنگاه q و برعکس» یا « p شرط لازم و کافی برای q » یا « p اگر و تنها اگر q » می‌خوانیم.

در گزاره دو شرطی، یعنی $p \Leftrightarrow q$ ، یعنی دو گزاره p و q هم‌ارزش هستند و زمانی گزاره دو شرطی دارای ارزش درست است که p و q هر دو درست یا هر دو نادرست باشند. (گزاره‌های دو طرف هم‌ارزش باشند.)

جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	اگر ۲ فرد است آنگاه ۸ عددی اول است و برعکس.		
۲	اگر دو عدد فرد باشند، آنگاه مجموع آنها زوج است و برعکس.		
۳	 اگر و تنها ۱۱۹ عددی مرکب است.	✓	
۴	اگر آنگاه و برعکس.	✓	
۵	یک چهارضلعی مربع است، اگر و تنها آن چهارضلعی لوزی باشد.		
۶	اگر واریانس داده‌ها برابر صفر باشد؛ آنگاه داده‌ها با یکدیگر برابرند و برعکس.		



۶

ترکیب شرطی:

ترکیب شرطی:

هرگاه بخواهیم از گزاره p ، گزاره q را نتیجه بگیریم از نماد $\Rightarrow$ استفاده کرده و می‌نویسیم « $p \Rightarrow q$ » و آن را به صورت‌های «اگر p آنگاه q »، « p نتیجه می‌دهد q را» یا « q از p نتیجه می‌شود» می‌خوانیم. در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ گزاره p را «مقدم» و گزاره q را «تالی» می‌نامیم.

نکته: یک ترکیب شرطی فقط وقتی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	اگر ۷ زوج است، آنگاه ۲۵ مربع کامل است.		
۲	اگر ۹ مربع کامل است، آنگاه $\sqrt{9}$ مربع کامل است.		
۳	اگر ۲۹ اول است، آنگاه ۲ زوج است.		
۴	اگر آنگاه		✓
۵	اگر آنگاه	✓	
۶	اگر ۷ فرد است، آنگاه ۲۵ مربع کامل است.		
۷	اگر آنگاه ۹۹ اول است.	✓	

۷

جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	عدد ۴، عددی فرد یا عددی اول است.		
۲	حضرت مهدی (عج) امام دوازدهم شیعیان است یا	✓	
۳	۹۱ عددی مرکب است یا	✓	
۴	 یا افلاطون نویسنده کتاب ارغنون است.	✓	
۵	 یا	✓	



۸ اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان، مشخص کنید:

۱) $(q \Rightarrow p) \wedge r$

۲) $(p \vee q) \vee r$

۳) $(p \Rightarrow q) \wedge r$

۴) $(r \Rightarrow p) \vee q$

۵) $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$

۶) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

۷) $(p \wedge q) \Rightarrow r$

۹ اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید:

۱) $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$

۲) $(\sim p \Leftrightarrow q) \vee r$

۳) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

۴) $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

۵) $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$

۶) $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$

۷) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$