

۱- بازی جعبه‌ای شامل ۷ مهره زرد و ۹ مهره سیاه، ۲ مهره به تصادف و بدون جای گذاری خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه  
 الف) هر دو مهره سیاه باشند. ب) هر دو مهره هم‌رنگ باشند.

۲- دو سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو سکه پشت بیاید آنگاه یک تاس می‌ریزیم. مطلوب است:  
 الف) فضای نمونه‌ای این تجربه تصادفی

ب) پیشامد  $A$  که در آن دقیقاً هر دو سکه پشت و عدد تاس کوچک‌تر از ۳ باشد.

ج) پیشامد  $B$  که در آن حداقل یک سکه رو بیاید.

۳- عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید:

الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر باشد.

ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش‌پذیر باشد، ولی به ۳ بخش‌پذیر نباشد.

پ) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش‌پذیر باشد و نه بر ۳.

۴- در یک تجربه تصادفی،  $S = \{x, y, z\}$  فضای نمونه‌ای است. اگر  $P(x), P(y), P(z)$  یک دنباله حسابی با قدر نسبت  $\frac{1}{4}$  تشکیل دهند، احتمال وقوع هر کدام از این پیشامدها را به دست آورید.

۵- دو ظرف داریم. در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به‌طور تصادفی برمی‌داریم و بدون مشاهده آن را به ظرف دوم منتقل می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می‌آوریم؛ با چه احتمالی این مهره سبز است؟

۶- در شهری ۶۰ درصد راننده‌ها مرد و ۴۰ درصد زن هستند. احتمال اینکه یک راننده مرد، وقتی چراغ راهنمایی قرمز است، روی خط عابر توقف کند ۵۰٪ است و زن‌ها چنین تخلفی را به احتمال ۱۰٪ انجام می‌دهند. احتمال اینکه یک راننده در این شهر هنگام قرمز بودن چراغ راهنمایی روی خط عابر توقف کند چقدر است؟

۷- سه نفر در یک مسابقه شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برد علی دو برابر احتمال برد حسین و احتمال برد حسین  $\frac{1}{3}$  احتمال برد رضا باشد، احتمال آنکه حسین یا رضا برنده شوند چقدر است؟

۸- اگر  $S = \{a, b, c, d\}$  فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد و  $P(b) = \frac{1}{3}$  و  $P(\{b, d\}) = \frac{1}{2}$  و  $P(\{b, c\}) = \frac{2}{3}$  باشد، آنگاه  $P(a)$  را به دست آورید.

۹- جعبه‌ای شامل ۱۲ لامپ است که سه تای آنها معیوب است. اگر به تصادف و بدون جای‌گذاری ۳ لامپ از جعبه بیرون آوریم، احتمال آن را به دست آورید که:

الف) هر سه لامپ معیوب باشند

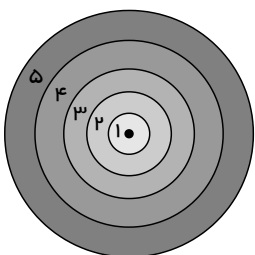
ب) حداقل یک لامپ معیوب باشد.

۱۰- در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد، متناسب با همان عدد است. مثلاً احتمال مشاهده عدد ۳، سه برابر احتمال مشاهده عدد ۱ است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد مشاهده شده، زوج باشد را تعیین کنید.

۱۱- در پرتاب یک دارت به یک صفحه دایره‌ای شکل، مطابق شکل روبه‌رو که به پنج ناحیه مجزا تقسیم شده است، فرض کنید احتمال اصابت دارت به ناحیه اول،  $x$  باشد. اگر احتمال اصابت به ناحیه  $k$  ام،  $x(2k-1)$  باشد:

الف) احتمال اصابت دارت به هر ناحیه را به دست آورید.

ب) احتمال اصابت دارت به یکی از ناحیه‌های اول، سوم یا چهارم بیشتر است، یا اصابت به دو ناحیه دوم یا پنجم؟



۱۲ - يك سكه و دو تاس به طور هم زمان پرتاب مي شوند. احتمال اينكه سكه، رو و هر دو تاس عدد ۶ را نشان دهند، چقدر است؟

www-kanoon-ir

## پاسخنامه تشریحی

۱ -

$A =$  پیشامد سیاه بودن هر دو مهره

$B =$  پیشامد هم‌رنگ بودن دو مهره

(الف)

$$n(S) = \binom{16}{2} \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{9}{2}}{\binom{16}{2}} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

(ب)

$n(B) =$  حالت‌های هر دو مهره زرد + حالت‌های هر دو مهره سیاه

$$n(B) = \binom{9}{2} + \binom{7}{2}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{9}{2} + \binom{7}{2}}{\binom{16}{2}} = \frac{36 + 21}{120} = \frac{57}{120} = \frac{19}{40}$$

۲ -

الف)  $S = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر), (پ, پ, ۱), (پ, پ, ۲), (پ, پ, ۳), (پ, پ, ۴), (پ, پ, ۵), (پ, پ, ۶), (پ, پ, ۷), (پ, پ, ۸), (پ, پ, ۹)\}$   
 $n(S) = 9$

ب)  $A = \{(پ, پ, ۱), (پ, پ, ۲)\} \rightarrow n(A) = 2$

ج)  $B = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\} \rightarrow n(B) = 4$

(۳ - الف)

$A = 2$  پیشامد بخش‌پذیری بر ۲

$B = 3$  پیشامد بخش‌پذیری بر ۳

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{\lfloor \frac{100}{2} \rfloor}{100} + \frac{\lfloor \frac{100}{3} \rfloor}{100} - \frac{\lfloor \frac{100}{6} \rfloor}{100} = \frac{50 + 33 - 16}{100} = \frac{67}{100}$$

(ج)

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{\lfloor \frac{100}{2} \rfloor}{100} - \frac{\lfloor \frac{100}{6} \rfloor}{100} = \frac{50 - 16}{100} = \frac{34}{100}$$

(د)

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - \underbrace{P(A \cup B)}_{\text{طبق الف}} = 1 - \frac{67}{100} = \frac{33}{100}$$

۴ - از آنجایی که  $P(x), P(y), P(z)$  یک دنباله حسابی هستند. داریم:

$$P(y) = P(x) + \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$P(z) = P(y) + \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$P(x) + P(y) + P(z) = 1$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} P(x) + P(x) + \frac{1}{4} + P(y) + \frac{1}{4} = 1$$

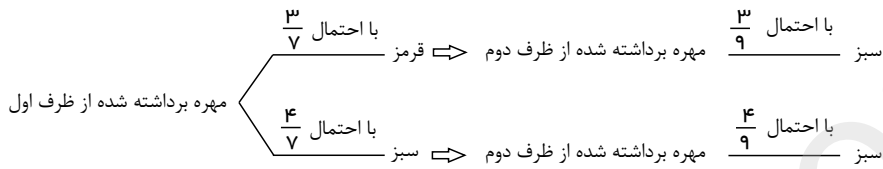
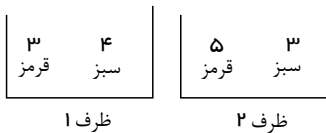
$$\xrightarrow{(1)} P(x) + P(x) + \frac{1}{4} + P(x) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

$$3P(x) + \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow 3P(x) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(x) = \frac{1}{12}$$

$$P(y) = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} \Rightarrow P(z) = \frac{4}{12} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

- 5

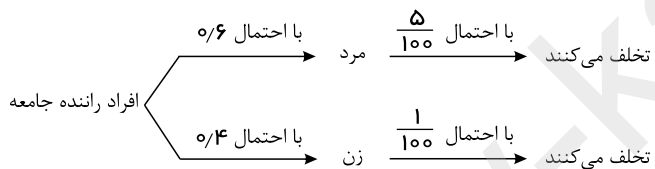
طبق نمودار درختی داریم:



$$P(\text{سبز بودن مهره برداشته شده}) = \frac{3}{9} \times \frac{3}{7} + \frac{4}{9} \times \frac{4}{7} = \frac{9}{63} + \frac{16}{63} = \frac{25}{63}$$

- 6

طبق نمودار درختی داریم:



$$P(\text{تخلف کردن یک راننده}) = \frac{5}{100} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{100} \times \frac{1}{6} = \frac{30}{1000} + \frac{4}{1000} = \frac{34}{1000}$$

۷ - پیشامدها را به صورت زیر تعریف می کنیم:

- $A$  برنده شدن علی = پیشامد
- $B$  برنده شدن حسین = پیشامد  $\rightarrow x$  فرض می کنیم احتمال برنده شدن حسین =
- $C$  برنده شدن رضا = پیشامد

$$P(B) = x$$

$$\begin{cases} P(A) = 2x \\ P(C) = 3x \end{cases} \text{ پس}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 6x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{حسین} \cup \text{رضا}) = P(B \cup C) = \frac{P(B)}{x = \frac{1}{6}} + \frac{P(C)}{3x = \frac{3}{6}} = \frac{4}{6}$$

۸ - طبق فرض سؤال داریم:

$$P(\{b, d\}) = \frac{1}{2} = \underbrace{P(b)}_{\frac{1}{3}} + P(d) \Rightarrow P(d) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$P(\{b, c\}) = \underbrace{P(b)}_{\frac{1}{3}} + P(c) = \frac{2}{3} \rightarrow P(c) = \frac{1}{3}$$

$$P(S) = 1 \rightarrow P(a) + \underbrace{P(B)}_{\frac{1}{3}} + \underbrace{P(c)}_{\frac{1}{3}} + \underbrace{P(d)}_{\frac{1}{6}} = 1 \rightarrow P(a) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

۹ - الف)

A = پيشامد معيوب بودن ۳ لامپ

۳	۹
معيوب	لامپ سالم

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{1}{220}$$

ب)

B = پيشامد حداقل يك لامپ معيوب بودن  
 B' = هيچ لامبي معيوب نباشد

$$\rightarrow P(B') = \frac{n(B')}{n(S)} = \frac{\binom{9}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = \frac{504}{1320} = \frac{21}{55}$$

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{21}{55} = \frac{34}{55}$$

۱۰ - فرض داده شده را به صورت زير در نظر مي گيريم:

P(۱) = x  
 P(۲) = ۲x  
 P(۳) = ۳x  
 P(۴) = ۴x  
 P(۵) = ۵x  
 P(۶) = ۶x

مجموع احتمالها برابر ۱ است

$$\rightarrow x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1 \rightarrow 21x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{21}$$

$$P(4) = (x) + (2x) + (3x) = \frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{3}{21} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

۱۱ - الف) جدول احتمال هر ناحيه را به دست مي آوريم.

ناحیه	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال برخورد	x	۳x	۵x	۷x	۹x

$$x + 3x + 5x + 7x + 9x = 25x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{25}$$

پس دوباره جدول را به صورت زير رسم مي كنيم.

ناحیه	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال برخورد	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{9}{25}$

ب)

$$P(4 \text{ يا } 3 \text{ يا } 1 \text{ برخورد به ناحيه هاي } 1 \text{ يا } 3 \text{ يا } 4) = \frac{1}{25} + \frac{5}{25} + \frac{7}{25} = \frac{13}{25}$$

$$P(5 \text{ يا } 2 \text{ برخورد به ناحيه هاي } 2 \text{ يا } 5) = \frac{3}{25} + \frac{9}{25} = \frac{12}{25}$$

پس احتمال برخورد به نواحی ۱ یا ۳ یا ۴ بیش تر از برخورد به نواحی ۲ یا ۵ است.

۱۲ - در اين سؤال شاهد سه پيشامد مستقل A و B و C هستيم.

A = پيشامد رو آمدن سكه  
 B = پيشامد ۶ آمدن تاس ۱  
 C = پيشامد ۶ آمدن تاس ۲

$$\rightarrow P(A \cap B \cap C) = \underbrace{P(A)}_{\frac{1}{2}} \cdot \underbrace{P(B)}_{\frac{1}{6}} \cdot \underbrace{P(C)}_{\frac{1}{6}} = \frac{1}{72}$$