

## معادله درجه دو

فرم کلی معادله درجه دو :  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ )

**نکته:** اگر ریشه های معادله را با  $\alpha$  و  $\beta$  نمایش دهیم :

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{مجموع ریشه ها} & S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} \\ \text{ضرب ریشه ها} & P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \end{cases}$$

**بحث در مورد تعداد و علامت ریشه های معادله درجه ۲:**

1.  $\Delta > 0$

2.  $\Delta = 0$

3.  $\Delta < 0$

## در حالی که $\Delta > 0$ :

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} < 0 \rightarrow \text{دو ریشه مخالف علامت}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \text{دو ریشه هم علامت} \rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} > 0 & \text{دو ریشه مثبت} \\ S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} < 0 & \text{دو ریشه منفی} \end{cases}$$

## خلاصه

شرط و توضیح	نوع ریشه
$P > 0, S > 0, \Delta > 0$	دو ریشه حقیقی مثبت
$P > 0, S < 0, \Delta > 0$	دو ریشه حقیقی منفی
$P < 0$ ، بررسی $\Delta$ و $S$ نیاز نیست.	ریشه ها یکی مثبت یکی منفی

**مثال.** بدون حل معادله در مورد تعداد و علامت ریشه های معادلات زیر بحث کنید.

1.  $x^2 + 3x - 1 = 0$

2.  $x^2 + 5x + 3 = 0$

3.  $x^2 - 7x + 3 = 0$

4.  $3x^2 + 2x + 5 = 0$

**نکته.** در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  با شرط  $\Delta > 0$ :

الف) اگر  $b = 0$  باشد، دو ریشه قرینه دارد.

ب) اگر  $a = c$  باشد، ریشه های معادله عکس هم هستند.

---

**نکته.** در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$ :

الف) اگر  $a + b + c = 0$  باشد، یکی از ریشه ها ۱ و ریشه دیگر  $\frac{c}{a}$  است.

ب) اگر  $a + c = b$  باشد، آنگاه یکی از ریشه ها -۱ و ریشه دیگر  $-\frac{c}{a}$  است.

**تشکیل معادله درجه دو از روی ریشه ها:** اگر ریشه ها  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله

درجه دو باشند :

**مثال.** اگر ریشه های معادله درجه دوم  $-5$  و  $3$  باشند، معادله را بسازید؟

**مثال.** معادله درجه دومی بیابید که ریشه های آن  $\frac{3 \pm \sqrt{2}}{5}$  باشد؟

**نکته.** اگر در معادله درجه دو  $\Delta = a^2$  باشد، آنگاه ریشه ها دو عدد طبیعی متوالی

است.