آشنایی با منطق ریاضی و استدلال

مفهوم گزاره ها

منطق ریاضی: منطق ریاضی، دستور زبان ریاضی است یعنی روش درست استدلال کردن در علم ریاضی.

گزاره: جمله یا عبارت خبری که می تواند ارزش درست یا نادرست داشته باشد.

« ۲ عددی اول است »

«۱− < ۳ − »

« چه استاد خوشتیپی»

«چقدر ریاضی خوندی؟»

از کلاس من استفاده کن»

نکته: در بعضی از جملات خبری، نمی توان درباره درستی یا نادرستی آنها نظر داد. لذا آنها گزاره محسوب نمی شوند.

« شهرام نجفی، خوشتیپ ترین استاد زبان ایران است.»

« x عددی فرد است.»

نقیض یک گزاره: گزاره ای که ارزش آن دقیقا مخالف ارزش گزاره اصلی مانند P است.و با نماد $\sim P$ نمایش می دهیم. در جملات فارسی با منفی کردن فعل جمله به نقیض جمله می رسیم. مثلا نقیض گزاره « ۲ عددی اول است » می شود. « ۲ عددی اول نیست»

نقیض های معروف :

نماد ریاضی	$>$	$<$	$\leq$	$\geq$	$=$	$\neq$	$\in$	$\notin$	$\subset$
نقیض نماد	$\leq$	$\geq$	$>$	$<$	$\neq$	$=$	$\notin$	$\in$	$\not\subset$

نکته: $\sim(\sim p) \equiv p$

۱) $۳ \notin z$

۲) $۳ > ۱$

گزاره های هم ارز: اگر ارزش دو گزاره p و q یکسان باشند به آن دو گزاره هم ارز می گویند.$(p \equiv q)$

گزاره $(\sqrt{۹} = ۳)$, $(۳ \in Z)$ **هم ارزند چون:**

گزاره های $(۸ > ۳)$, $(\sqrt{۴} = ۳)$ **نیز هم ارزند چون:**

جبر گزاره ها:

۱ گزاره
P
T
F

۲=$۲^{۱}$تعداد ردیف ها

۲ گزاره	
P	q
T	T
T	F
F	T
F	F

۴=$۲^{۲}$تعداد ردیف ها

ترکیب عطفی و فصلی گزاره ها:

در علم منطق به کمک حروف « و » « یا» گزاره های ساده را می توان به گزاره های مرکب تبدیل کرد.

ترکیب عطفی دو گزاره: اگر دو گزاره ساده p و q را با « و » به هم ربط دهیم، گزاره

$p \wedge q$ ایجاد می شود که ترکیب عطفی نام دارد. این گزاره زمانی ارزش دارد که هم p و هم q هر دو درست باشند.

P	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

مثال)ارزش گزاره های زیر را بیابید.

۱) ۲۹ مربع کامل است و علی دایی بهترین گل زن جهان است.

۲) $(\sqrt{۹} = ۳) \wedge (۹ \geq ۲۵)$.

ترکیب فصلی دو گزاره: اگر دو گزاره ساده p و q را به حرف « یا » به هم ربط دهیم. گزاره $p \vee q$ ایجاد می شود که ترکیب فصلی دو گزاره نام دارد. این گزاره زمانی ارزش نادرست دارد که هر دو گزاره q و p نادرست باشند.

P	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

مثال) ارزش گزاره های زیر رابیابید؟

۱) ۷ عدد اول یا فرد است.

۲)معادله $x^{۲} - ۹ = ۰$ دو ریشه دارد یا ۲۴ مضرب ۵ است.

مثال) جدول ارزش گذاری $\sim p \vee (p \wedge \sim q)$ را بیابید.

P	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$-p \vee (p \wedge \sim q)$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	F	T

نکته: اگر T گزاره ای همواره درست و F گزاره همواره نادرست باشد و p و q دو گزاره دلخواه باشند. آنگاه:

۱) $p \wedge p \equiv p$ ۲) $p \vee p \equiv p$ ۳) $p \wedge T \equiv p$

۴) $p \vee T \equiv T$ ۵) $p \wedge F \equiv F$ ۶) $p \vee F \equiv p$

۷) $p \wedge \sim p \equiv F$ ۸) $p \vee \sim p \equiv T$ ۹) $F \vee T \equiv T$

۱۰) $F \wedge T \equiv F$

ارزش گذاری کنید.

۱) $\sim p \vee \sim F \equiv \sim p \vee T \equiv T$

۲) $(\sim p \wedge F) \vee (\sim p \vee T) \equiv F \vee T \equiv T$