	نام:	تاریخ آزمون: ۳ دی ۱۴۰۱
	نام خانوادگی:	زمان آزمون: ۸۰ دقیقه
نام درس: ریاضی ۲		تعداد صفحه: ۲
نام دبیر: صادق زیبایی		تعداد سوال: ۱۸
		نمره به عدد: به حروف: امضا دبیر:

به نام خالق زیبایی ها
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان بجنورد
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش (متوسطه دوم)
یازدهم - ۱۱ - تجربی (نوبت اول)

ردیف	سؤال	نمره
۱	در انتهای هر مورد از موارد زیر دو پاسخ نوشته شده است. پاسخ درست را انتخاب کنید. الف: شیب خط به معادله $kx + (k - 2)y = -3k$ برابر -2 است. در این صورت مقدار k کدام است؟ $(-4 / 4)$ ب: قرینه نقطه $A(2, -3)$ نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم است؟ $(B(-2, 3) / B(3, -2))$	۰/۵
۲	نقاط $A(3, 4)$ و $B(-2, 3)$ و $C(0, -1)$ سه رأس یک مثلث هستند. الف: اندازه میانه وارد بر ضلع BC را بدست آورید. ب: معادله میانه وارد بر ضلع BC را بنویسید.	۲
۳	بدون حل معادله، مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله $3x^2 + 5x - 1 = 0$ را بدست آورید.	۱
۴	نمودار مقابل، نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ می باشد. الف: تعداد ریشه های معادله $f(x) = 0$ بنویسید. ب: علامت a و b و c و Δ را تعیین کنید.	۱/۲۵
۵	معادله مقابل را حل کنید. $1 + \sqrt{x+2} = x - 3$	۱
۶	پاره خط AB به طول ۵ سانتی متر در نظر بگیرید. سپس نقاطی را تعیین کنید که از A به فاصله ۴ سانتی متر و از B به فاصله ۵ سانتی متر باشند. (مسئله چند جواب دارد؟)	۱
۷	در شکل مقابل، نقطه M روی نیمساز زاویه قرار دارد. اگر $MH = m^2 - 1$ و $MK = 35$ مقدار m را تعیین کنید.	۰/۷۵
۸	در شکل زیر $MN \parallel BC$ است. x و y را بیابید.	۲
۹	هر یک از اصطلاحات زیر را تعریف کنید. الف: استدلال استنتاجی ب: مثال نقض	۱

۱۰	قضیه‌ی زیر را در نظر بگیرید. اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمود منصف یکدیگرند. الف : فرض و حکم این قضیه را تعیین کنید. ب : عکس این قضیه را بنویسید. ج : یک قضیه‌ی دو شرطی تشکیل دهید.	۱/۵
۱۱	در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر برابر ۶ است. حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه‌ی آن که ارتفاع روی وتر تشکیل می‌دهد، را بدست آورید.	۰/۵
۱۲	جای خالی را در هر مورد کامل کنید. الف : نمودار هر تابع و معکوس آن نسبت به قرینه‌ی یکدیگرند. ب : برد تابع $f(x) = [x]$ مجموعه‌ی اعداد است.	۱
۱۳	معادله‌ی تابعی را بنویسید که دامنه‌ی آن $R - \{3\}$ باشد.	۰/۵
۱۴	نمودار تابع $f(x) = -2 + \sqrt{x+1}$ را رسم کنید.	۱
۱۵	تساوی دو تابع زیر را بررسی کنید. $f(x) = x^2 - 4 \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{x^4 - 16}{x^2 + 4}$	۱
۱۶	ثابت کنید که تابع $f(x) = \sqrt{2x-3}$ معکوس پذیر است، سپس معکوس آن را بیابید.	۱/۵
۱۷	اگر $f(x) = x^2 + 5x + 6$ و $g(x) = x^2 + 3x$ ، تساوی‌های زیر را کامل کنید. الف) $(f+g)(x) =$ ب) $(\frac{f}{g})(x)$	۱
۱۸	به هر یک از سؤالات زیر پاسخ کوتاه بدهید. الف) اندازه‌ی زاویه‌ی ای $\frac{2\pi}{3}$ رادیان است، اندازه‌ی این زاویه را بر حسب درجه بدست آورید. ب) اندازه‌های دو زاویه از یک مثلث برابر $\frac{\pi}{9}$ و $\frac{2\pi}{3}$ رادیان می‌باشند. اندازه‌ی زاویه‌ی سوم را تعیین کنید. ج) اندازه‌ی زاویه‌ی ای $\frac{6\pi}{5}$ رادیان است. انتهای کمان روبرو به این زاویه در کدام ربع دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد؟	۱/۵
۲۰	جمع	۲۰

صادق زیبایی

موفق باشید.

الف) $K = 4$ ✓
 ب) در تقارن نسبت به نیم‌خط ناحیه دوم و چهارم نقطه (α, β) به $(-\beta, -\alpha)$ تبدیل می‌شود.

الف) ابتدا مختصات وسط‌ضلع BC را بدست آوریم.
 $M(-1, 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{-2+0}{2} = -1 \\ y_M = \frac{-1+1}{2} = 1 \end{cases}$

پس طول AM محاسب می‌شود:

$$AM = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (4 - 1)^2} = 5 \text{ ✓}$$

ب) با داشتن دو نقطه A و M معادله خط به سادگی بدست می‌آید.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{3-(-1)} = \frac{3}{4} \rightarrow \text{معادله خط: } y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4} \text{ ✓}$$

الف) در معادله کلی $ax^2 + bx + c = 0$ (در صورتی که $\Delta > 0$ باشد):
 $S = -\frac{b}{a}$, $P = \frac{c}{a}$
 در معادله داده شده $\Delta > 0$ است. پس $S = -\frac{2}{3}$ و $P = \frac{1}{3}$

الف) در ریشه دارد. زیرا دو بار محور x ها را قطع کرده است.

ب) چون دو ریشه دارد $\Delta > 0$ است.

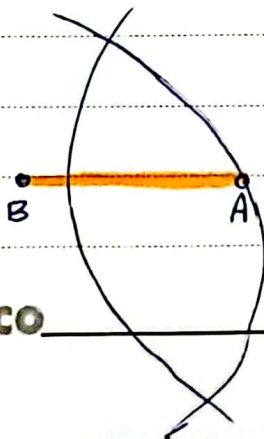
چون دهانه به سمت پایین است $a < 0$ است.

چون عرض از مبدأ مثبت است $c > 0$ است.

چون مجموع ریشه هایشان منفی است پس $-\frac{b}{a} < 0$ است. لذا $b < 0$ است.

$$1 + \sqrt{x+2} = x-3 \Rightarrow \sqrt{x+2} = x-4 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x+2 = x^2 - 8x + 16 \quad \text{الف)}$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow x = 7, x = 2 \text{ ✓}$$



الف) نقاطی که از A به فاصله ۴ هستند روی محیط یک دایره به شعاع ۴ هستند.

برای B هم می‌شود دایره ای به شعاع ۵.

پس دو جواب دارد. ✓

۷) اثبات می شود نقاشی که روی نیمه از یک زاویه قرار دارند، از دو ضلع زاویه به یک فاصله اند. یعنی ضلع شغل $MH = MK$ است.

$$m^2 - 1 = 35 \Rightarrow m = \pm 4 \quad \checkmark$$

۸) چون $MN \parallel BC$ است، طبق قضیه تالس جزء به کل:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

$$\frac{3}{4+3} = \frac{y+1}{4y-2} = \frac{4x-7}{4x-7+5x+1} \Rightarrow y=8, x=4 \quad \checkmark$$

۹) استدلال استنتاجی: یک روش اثبات مستقیم با استفاده از قضایا و نتایجی که درستی آن ها قبلاً پذیرفته ایم.

مثال نقض: مثالی که نادستی یک علم را تأیید می کند

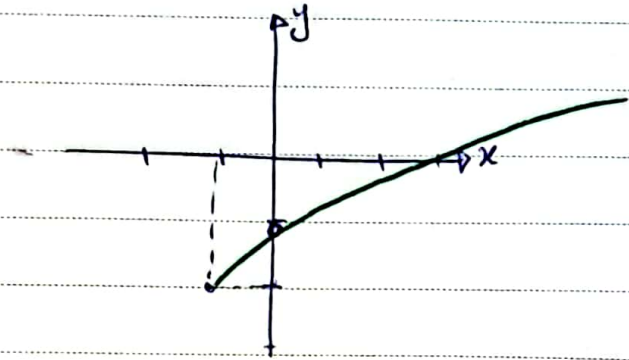
۱۰) الف) فرض: چهار ضلعی لوزی است حکم: قطرهایش عمود منصف یکدیگر اند.
ب) اگر قطرهای یک چهار ضلعی عمود منصف یکدیگر باشند، آن چهار ضلعی لوزی است.
ج) یک چهار ضلعی لوزی است اگر و تنها اگر قطرهای آن عمود منصف یکدیگر باشند.

۱۱) می دانیم در یک مثلث قائم الزاویه، ارتفاع دارد بر وتر و اضلاع هندسی مقاطع ایجاد شده روی وتر است. پس حاصل ضرب آنها برابر با مربع ارتفاع یعنی $9^2 = 32$ است.

۱۲) الف) نیمه از ناحیه اول و سوم
ب) صغ (۳)

(۱۳) پاسخ هر زیادی دارد. ساده ترین آن به صورت $g(x) = \frac{1}{x-3}$ است.
یا مثلاً $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x-3}\right)$

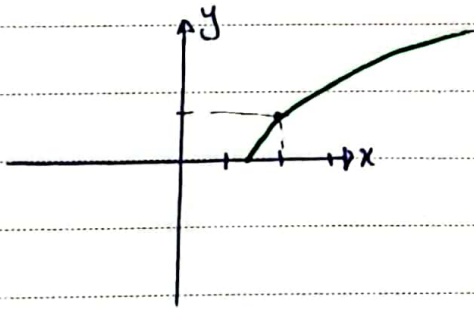
(۱۴) مراحل رسم: ابتدا تابع $y = \sqrt{2x-3}$ را واحد به چپ می بریم. سپس ۲ واحد شیب عمودی به پایین می دهیم.



نقاط $(-1, -2)$ و $(1, -1)$ و $(3, 0)$ روی نمودار باشند تا بهتر رسم شود.

(۱۵) مادی اند.
زیرا دامنه آنها برابر \mathbb{R} است.
ضمناً ضابطه آنها طوری معادل هم است که فرضی ایشان مادی اند.

(۱۶) این تابع اکیداً صعودی است. لذا یک به یک است. در نتیجه وارون پذیر است.
یک به یک بودن آن را از روی نمودار هم می توانیم بینیم.



$$y = \sqrt{2x-3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} y^2 = 2x-3$$

$$\Rightarrow x = \frac{y^2+3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2+3}{2} \quad \checkmark$$

$$\checkmark \text{ دامنه } [0, +\infty) = f(\text{بر}) = f^{-1}(\text{دامنه})$$

• $(f+g)(x) = x^2 + 5x + 4 + x^2 + 3x = 2x^2 + 8x + 4$ $D_{f+g} = \mathbb{R}$ (۱۷)

• $(\frac{f}{g})(x) = \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x} = \frac{(x+2)(x+3)}{(x+3)x} = \frac{x+2}{x}$ $D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{0, -3\}$

* یادآوری: دامنه توابع $f+g$ ، $f-g$ ، $f \times g$ برابر با $D_f \cap D_g$ است.
برای $\frac{f}{g}$ هم همان است. ریشه های g باید کم شود.

$\pi \text{ rad} \equiv 180^\circ \xrightarrow{\times \frac{2}{3}} \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \equiv 120^\circ$ (۱۸) الف ۱

$\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3} + \alpha = \pi \Rightarrow \alpha = \pi - \frac{\pi}{9} - \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{9}$ ب ۱

$\pi < \frac{4\pi}{5} < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$ در ربع سوم است ج ۱