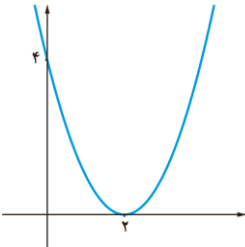
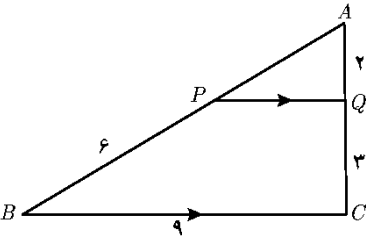
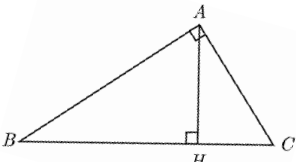


سؤالات امتحانی نیمسال اول درس: ریاضی ۲		رشته: تجربی	ساعت شروع:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی: ..... کلاس یازدهم		تعداد صفحه ۲	دیرستان غیردولتی مشکات	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳
ردیف	سؤالات	نمره		
۱	جاهای خالی را تکمیل نمایید. الف) هر نقطه که از دوزلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی ..... قرار دارد. ب) استدلال ..... استدلالی است که در آن از جزء به کل می‌رسیم. پ) اگر فرض و حکم یک قضیه را عوض کنیم، آنچه حاصل می‌شود ..... نام دارد. ت) در معادله درجه دوم $x^2 - 4x + 2 = 0$ ضرب دو ریشه برابر ..... و مجموع دو ریشه برابر ..... است.	۱/۲۵		
۲	معادله خطی را بنویسید که از نقطه $A(-1, 3)$ گذشته و بر خط $x - 2y = 5$ عمود باشد.	۱		
۳	خط $3x - 4y = 0$ بر دایره ای به مرکز $O(2, -1)$ مماس است. مساحت دایره را بیابید.	۱		
۴	هریک از معادلات زیر را حل نمایید. الف) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ ب) $\frac{3}{x^2} - 12 = 0$ پ) $x + \sqrt{x} = 6$	۳		
۵	معادله سهمی نشان داده شده در شکل را بیابید. 	۱/۵		
۶	در شکل مقابل $PQ$ موازی $BC$ است. طول پاره خط های $AP$ و $PQ$ را بدست آورید. 	۱/۵		
۷	در مثلث قائم الزاویه روبرو $(A = 90^\circ)$ اگر $BC = 10$ و $BH = 9$ باشد، اندازه پاره خط $AH$ و $AC$ را به دست آورید. $AH$ ارتفاع وارد بر وتر است) 	۱/۵		
۸	روش رسم یک مثلث که اندازه سه ضلع آن معلوم باشد را به کمک خط کش و پرگار توضیح دهید.	۱		
۹	عکس قضیه تالس را بیان کرده و آن را به روش برهان خلف اثبات کنید.	۱/۵		
۱۰	بررسی کنید آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ و $g(x) = x + 2$ با هم برابرند؟	۱		

۱/۵	الف) دامنه تابع $f(x) = \sqrt{8-x}$ را به دست آورید. ب) با استفاده از نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ ، نمودار تابع $g(x) = 1 - \sqrt{x-3}$ را رسم نمایید.	۱۱
۱/۷۵	الف) نمودار تابعی با دامنه $[0, 2]$ و برد $[2, 5]$ چنان رسم نمایید که یک به یک نباشد. ب) ضابطه وارون تابع خطی به ضابطه $y = \frac{2x-1}{3} + 5$ را به دست آورید.	۱۲
۱/۵	نمودار تابع جزء صحیح زیر را در بازه داده شده رسم کنید. $f(x) = [x] + 2, x \in [-2, 1)$	۱۳
۱	اگر $f = \{(-4, 13), (-1, 7), (0, 5), (3, -5)\}$ و $g = \{(-4, -7), (-2, -5), (0, -3), (3, 0), (5, 2)\}$ حاصل هر یک از عبارات های زیر را به دست آورید. الف) $(3f + 5g)(0)$ ب) $\frac{f}{g}$	۱۴
موفق باشید		

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 4$$

$$p = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 2$$

ت

ب، عکس قضیه

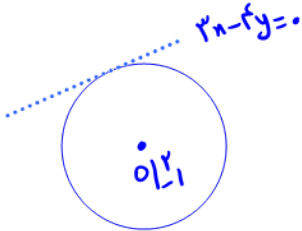
ب) استقرایی

الف) نیمساز زاویه

$$x - 2y = 5 \rightarrow -2y = -x + 5 \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

عکس و قرینه  $m' = -2$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 3 = -2(x + 1) \rightarrow y = -2x + 1$$



$$r = \frac{|2(2) - 4(3)|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$S = \pi r^2 = \pi(2^2) = 4\pi$$

الف  $x^2 + 2x + 2 = 0 \xrightarrow{x^2 = t} t^2 + 2t + 2 = 0 \rightarrow (t+2)(t+1) = 0$

$$\begin{cases} t = -1 \rightarrow x^2 = -1 \text{ غ} \\ t = -2 \rightarrow x^2 = -2 \text{ غ} \end{cases}$$

معادله ریشه ندارد

ب  $\frac{3}{x^2} = 12 \rightarrow 12x^2 = 3 \rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

ج  $\sqrt{x} = 4 - x \xrightarrow{\text{توان}^2} x = 16 - 8x + x^2 \rightarrow 0 = x^2 - 8x + 16 \rightarrow (x-4)(x-4) = 0$

$$\begin{cases} x = 4 \xrightarrow{\text{کنترل}} 4 + \sqrt{4} = 4 \rightarrow x = 4 \text{ غ} \\ x = 4 \xrightarrow{\text{کنترل}} 4 + \sqrt{4} = 4 \rightarrow x = 4 \checkmark \end{cases}$$

د  $y = a(x-h)^2 + k \rightarrow y = a(x-2)^2 + 0 \xrightarrow{\text{نقطه}} r = a(0-2)^2 \rightarrow a = 1$

$$y = 1(x-2)^2 \rightarrow y = x^2 - 4x + 4$$

جزء خرد  $\frac{AQ}{QC} = \frac{AP}{PB} \rightarrow \frac{r}{3} = \frac{AP}{4} \rightarrow AP = 4$

جزء بزرگ  $\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \rightarrow \frac{r}{5} = \frac{PQ}{9} \rightarrow PQ = \frac{18}{5}$

$$AH^2 = BH \times HC = 9 \times 1 = 9 \rightarrow AH = 3$$

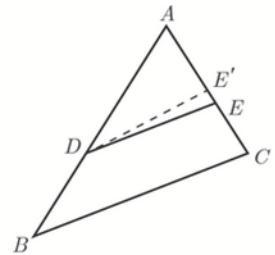
$$AC^2 = CH \times BC = 1 \times 10 = 10 \rightarrow AC = \sqrt{10}$$

۱. کپی از اضلاع مثلث را با خطکش رسم می‌کنیم (مثلاً AB) دهانه پرتو را به اندازه BC بازر کرده در محل B کمانی رسم می‌کنیم پس دهانه پرتو را به اندازه AC بازر کرده در نقطه A کمانی می‌زنیم. محل برخورد پرتو و کمان رأس C است. آن را به A و B وصل می‌کنیم.



۹

عکس قضیه تالس: مانند شکل مقابل در مثلث ABC، اگر  $\frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}$ ، آن‌گاه  $DE \parallel BC$ .



اثبات: با استفاده از برهان خلف فرض می‌کنیم حکم مسئله غلط باشد؛ یعنی  $DE \not\parallel BC$ . لذا از نقطه D خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا AC را در نقطه ای مانند E' قطع کند. طبق قضیه تالس داریم  $\frac{AE'}{E'C} = \frac{AD}{DB}$  و از مقایسه با فرض مسئله خواهیم داشت  $\frac{AE}{EC} = \frac{AE'}{E'C}$ . حال با ترکیب نسبت در مخرج داریم  $\frac{AE}{AC} = \frac{AE'}{AC}$  و در نتیجه  $AE = AE'$ . این یعنی نقطه E بر E' منطبق است و لذا DE همان DE' است و این یک تناقض است، زیرا  $DE \not\parallel BC$  و  $DE \parallel BC$  است. بنابراین از ابتدا فرض غلط بودن حکم نادرست بوده است و حکم نمی‌تواند غلط باشد، یعنی  $DE \parallel BC$  است.

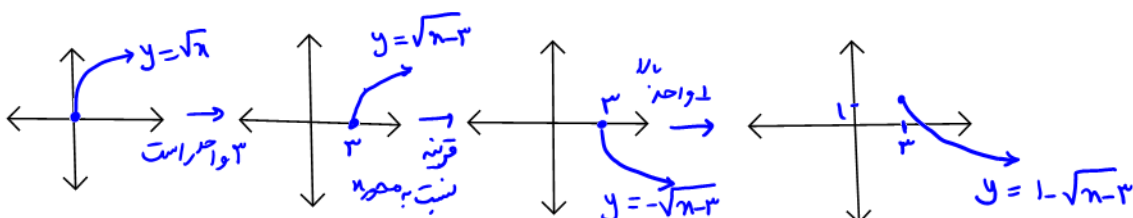
$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad \text{ریشه مجزب: } x = 2 \quad D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

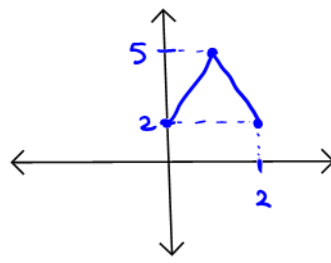
$$D_f \neq D_g \Rightarrow f \text{ و } g \text{ برابر نیستند.}$$

$$1 - x > 0 \rightarrow x < 1 \rightarrow D_f = (-\infty, 1)$$

الف ۱۱



۱۲



الف ١٢

$$y - 2 = \frac{y - 1}{r} \cdot x \Rightarrow ry - 12 = y - 1 \rightarrow ry - 1f = yn$$

$$\rightarrow \frac{ry - 1f}{r} = n$$

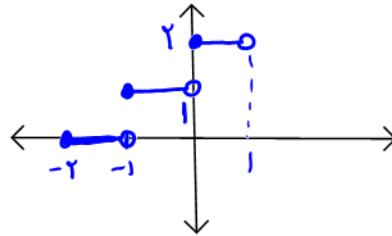
$$\rightarrow y = \frac{yn - 1f}{r} \rightarrow f^{-1}(n) = \frac{yn - 1f}{r}$$

ب

$$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = [x] + r = -2 + r = 0 \quad (-2, 0) \quad (-1, 0) \quad \underline{١٣}$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = [x] + r = -1 + r = 1 \quad (-1, 1) \quad (0, 1)$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = [x] + r = 0 + r = r \quad (0, r) \quad (1, r)$$



$$\underline{\text{الف}} \quad (rf + 5g)(0) = rf(0) + 5g(0) = r(2) + 5(-2) = 0 \quad \underline{١٤}$$

$$\underline{\text{ب}} \quad \frac{f}{g} = \left\{ \left(-\frac{r}{5}, \frac{1r}{-5}\right) \mid \left(0, \frac{5}{-r}\right) \right\}$$