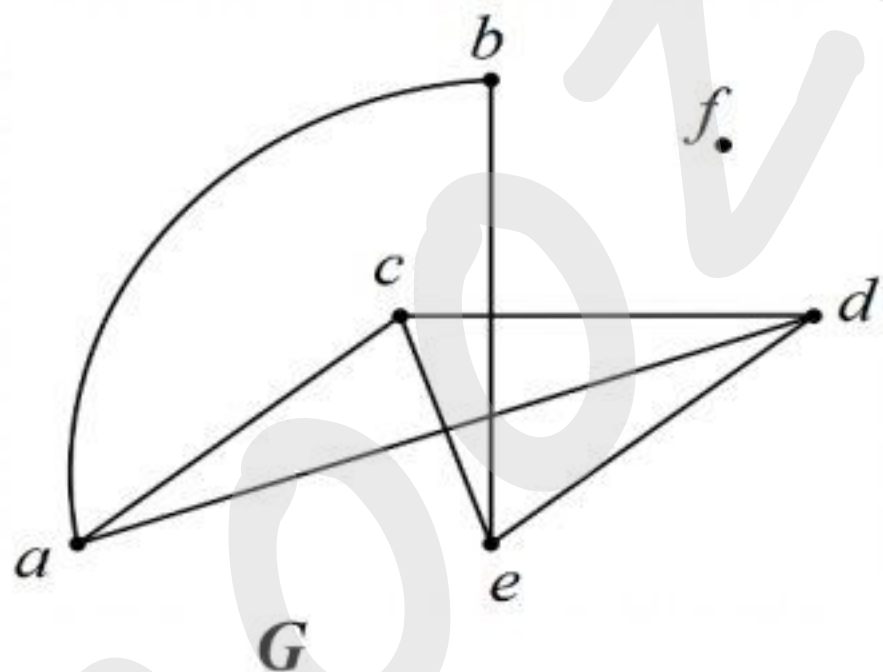
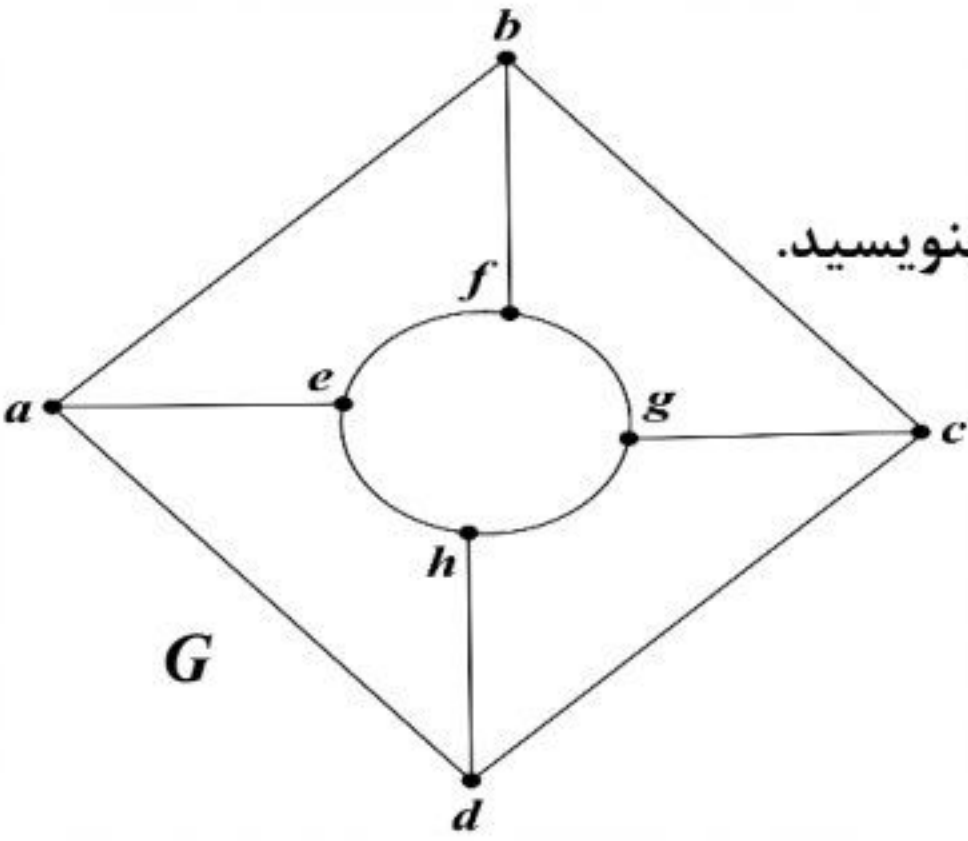


سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته - ۱۲۰۷۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	سؤالات (پاسخ برگ دارد)		
ردیف	نمره		

۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. الف) اگر n حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4n+1$ مربع کامل است. ب) اگر برای هر سه مجموعه دلخواه A ، B و C داشته باشیم $A \cap B = A \cap C$ آنگاه $B = C$ پ) اگر $a b$ آنگاه $[a, b] = a $ (کروشه نماد ک.م.م است). ت) تعداد توابع یک به یک از مجموعه‌ای ۳ عضوی به مجموعه‌ای ۵ عضوی برابر ۱۰ است.	۱
۰/۷۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب، کامل کنید. الف) حاصل $(-5, 0)$ برابر است. (پرانتز نماد ب.م.م است). ب) باقی مانده تقسیم -43 بر ۸ برابر است. پ) عدد احاطه‌گری گراف P_{10} برابر است.	۲
۰/۷۵	با برهان خلف ثابت کنید اگر α و β دو عدد گنگ و $\beta - 2\alpha$ عددی گویا باشد، آنگاه $3\alpha - \beta$ عددی گنگ است.	۳
۱	به روش بازگشتی ثابت کنید: $xy + \frac{1}{2}(y^2 + 1) \geq x(1 - x)$	۴
۱	ثابت کنید اگر از مربع هر عدد فرد، یک واحد کم کنیم، حاصل بر ۸ بخش پذیر است.	۵
۱	اگر a عددی اول باشد و $3a 4k+2$ و $3a 5k+1$ آنگاه مقدار a را بیابید.	۶
۱	جواب‌های عمومی معادله هم‌نهشتی $35x \equiv 50 - 2x$ را به دست آورید.	۷
۱	اگر ۲۵ خردادماه در یک سال یکشنبه باشد، ۱۰ آذرماه در همان سال چه روزی از هفته است؟	۸
۲	گراف G را در نظر بگیرید. الف) مجموعه $V(G)$ و اندازه گراف G را بنویسید. ب) مسیری به طول ۴ از a به b بنویسید. پ) دوری به طول ۵ بنویسید که از رأس c شروع شود. ت) اگر $N_G(x) = \{c, b, d\}$ باشد، آنگاه x چه رأس یا رأس‌هایی می‌تواند باشد؟ 	۹
۰/۷۵	اگر در گراف G از مرتبه ۸، مجموع درجات ۴۰ باشد، تعداد یال‌های گراف مکمل G را به دست آورید.	۱۰
۱	اگر در یک گراف ۳-منتظم از مرتبه p و اندازه q داشته باشیم $p+q=20$ در این صورت مقدار p و q را بیابید.	۱۱

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته - ۱۲۰۷۱		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)			نمره

۱۲	گراف G را در نظر بگیرید. الف) عدد احاطه‌گری گراف G را با ذکر دلیل به دست آورید. ب) در گراف G یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال ۴ عضوی شامل رأس a بنویسید. 	۱/۵									
۱۳	یک گراف از مرتبهٔ ۵ با عدد احاطه‌گری ۳ رسم کنید.	۰/۵									
۱۴	الف) محاسبه کنید ۸ نفر به چند طریق می‌توانند در یک اتاق ۴ نفره و دو اتاق ۲ نفره در یک هتل اسکان یابند؟ ب) تعداد توابع پوشا از یک مجموعهٔ ۵ عضوی به یک مجموعهٔ ۳ عضوی را محاسبه کنید؟	۱ ۰/۷۵									
۱۵	از بین ۵ نوع گل مختلف به چند طریق می‌توان یک دسته گل شامل ۸ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع اول حداقل ۲ شاخه گل و از گل نوع پنجم فقط یک شاخه گل انتخاب شود؟	۱/۵									
۱۶	در مربع لاتین مقابل، مقادیر x, y, z, t را به دست آورید. <table border="1" data-bbox="310 1596 552 1804"> <tr> <td>۳</td><td>x</td><td>y</td></tr> <tr> <td>t</td><td>۲</td><td>z</td></tr> <tr> <td>۲</td><td>۳</td><td>t</td></tr> </table>	۳	x	y	t	۲	z	۲	۳	t	۱
۳	x	y									
t	۲	z									
۲	۳	t									
۱۷	به کمک اصل شمول و عدم شمول تعیین کنید چند عدد طبیعی مانند n ، به طوری که $n \leq ۶۰۰$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۳ و ۷ بخش پذیر نباشند؟	۱/۵									
۱۸	در یک دبیرستان، حداقل چند دانش آموز وجود داشته باشند تا مطمئن باشیم حداقل ۲۱ دانش آموز ماه تولدشان یکسان است؟	۱									
۲۰	جمع	موفق باشید									
صفحه ۲ از ۲											

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۵		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور)- دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

۱	(الف) درست ۳ صفحه (ب) نادرست ۳ صفحه (پ) نادرست ۱۳ صفحه (ت) نادرست ۷۸ صفحه هر قسمت (۰/۲۵)	۱
۰/۷۵	(الف) ۵ (ب) ۱۳ صفحه (پ) ۴ (ت) ۵۲ صفحه هر قسمت (۰/۲۵)	۲
۰/۷۵	فرض کنیم $3\alpha - \beta$ عددی گویا باشد (۰/۲۵) داریم: با توجه به این که مجموع دو عدد گویا، عددی گویاست، پس α باید عددی گویا باشد (۰/۲۵) که با فرض مسأله در تناقض است. (۰/۲۵) صفحه ۸	۳
۱	$xy + \frac{1}{4}(y^2 + 1) \geq x(1-x) \Leftrightarrow \underbrace{2xy + y^2 + 1}_{(0/25)} \geq \underbrace{2x - 2x^2}_{(0/25)} \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 + 1 - 2x}_{(0/25)} \geq 0$ $\Leftrightarrow \underbrace{(x+y)^2 + (x-1)^2}_{(0/25)} \geq 0$ عبارت حاصل بدیهی است و تمامی روابط برگشت پذیرند. (۰/۲۵) تذکر: اگر به جای عبارت "تمامی روابط برگشت پذیرند"، فلش های نتیجه گیری دوطرفه، رسم شده باشند (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. صفحه ۸	۴
۱	روش اول: $\underbrace{(2k+1)^2 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{4k^2 + 4k + 1 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{4k^2 + 4k}_{(0/25)} = \underbrace{4k(k+1)}_{(0/25)} = \underbrace{4(2q)}_{(0/25)} = 8q$ روش دوم: می دانیم هر عدد فرد را می توان به یکی از دو صورت $4k+1$ یا $4k+3$ نوشت، پس داریم: $\begin{cases} \underbrace{(4k+1)^2 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{16k^2 + 8k + 1 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{8k(2k+1)}_{(0/25)} = 8m \\ \underbrace{(4k+3)^2 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{16k^2 + 24k + 9 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{8(2k^2 + 3k + 1)}_{(0/25)} = 8n \end{cases}$ صفحه ۱۵	۵

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۵		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور)- دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

۱	روش اول: $\left. \begin{array}{l} 3a \mid 4k+2 \Rightarrow 3a \mid 20k+10 \\ 3a \mid 5k+1 \Rightarrow 3a \mid 20k+4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (./25) \Rightarrow 3a \mid (20k+10) - (20k+4) \Rightarrow 3a \mid 6 \Rightarrow a \mid 2 \Rightarrow a=2 \\ (./25) \end{array}$ روش دوم: $\left. \begin{array}{l} 3a \mid 4k+2 \Rightarrow 4k \equiv -2 \Rightarrow 20k \equiv -10 \\ 3a \mid 5k+1 \Rightarrow 5k \equiv -1 \Rightarrow 20k \equiv -4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (./5) \Rightarrow 6 \equiv 0 \Rightarrow 2 \equiv 0 \Rightarrow a=2 \\ (./25) \end{array}$ روش سوم: $\left. \begin{array}{l} 3a \mid 4k+2 \Rightarrow 4k+2 = 3aq_1 \xrightarrow{\times 5} 20k+10 = 3aq_1 \\ 3a \mid 5k+1 \Rightarrow 5k+1 = 3aq_2 \xrightarrow{\times 4} 20k+4 = 3aq_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (./25) \Rightarrow 6 = 3aq_1 \Rightarrow 2 = aq_1 \Rightarrow a=2 \\ (./25) \end{array}$ صفحه ۱۲	۶														
۱	$\begin{array}{l} 35x \equiv 50 - 2x \Rightarrow 37x \equiv 50, (37, 11) \mid 50 \Rightarrow 4x \equiv 6 \Rightarrow 2x \equiv 3 \Rightarrow 2x \equiv 14 \Rightarrow x \equiv 7 \\ \Rightarrow x = 11k + 7 \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{array}$ صفحه ۲۵	۷														
۱	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ش</td><td>ج</td><td>پ</td><td>چ</td><td>س</td><td>د</td><td>ی</td> </tr> <tr> <td>۶</td><td>۵</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۰</td> </tr> </table> رسم جدول (۰/۲۵) ۱۰ آذرماه دوشنبه است. (۰/۲۵) تذکر: در صورتی که بدون رسم جدول، جواب نهایی درست باشد (۰/۵) نمره تعلق گیرد. صفحه ۲۴	ش	ج	پ	چ	س	د	ی	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	۸
ش	ج	پ	چ	س	د	ی										
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰										
۲	الف) $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ (۰/۲۵) و $q = 7$ (۰/۲۵) ب) $acdeb$ یا $adceb$ (۰/۵) پ) $cdebac$ یا $cabedc$ (۰/۵) ت) (۰/۲۵) $x = a$ ، (۰/۲۵) $x = e$ صفحه ۴۱	۹														
صفحه ۲ از ۵																

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰	
تعداد صفحه: ۵		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور)- دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری				نمره

۰/۷۵	روش اول: $\underbrace{2q = 40 \Rightarrow q = 20}_{(۰/۲۵)} \text{ و } \underbrace{q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow 20 + q(\bar{G}) = 28 \Rightarrow \underbrace{q(\bar{G}) = 8}_{(۰/۲۵)}$ روش دوم: مجموع درجات گراف کامل $\sum \deg_{K_p}(v_i)$ $\underbrace{\sum \deg_G(v_i) + \sum \deg_{\bar{G}}(v_i) = \sum \deg_{K_p}(v_i)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow 40 + \sum \deg_{\bar{G}}(v_i) = 56$ $\Rightarrow \underbrace{\sum \deg_{\bar{G}}(v_i) = 16}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{2q(\bar{G}) = 16}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow q(\bar{G}) = 8$ صفحه ۳۸	۱۰
۱	$\begin{cases} 3p = 2q \Rightarrow q = \frac{3}{2}p & (۰/۵) \\ p + q = 20 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{p = 8, q = 12}_{(۰/۵)}$ صفحه ۳۵	۱۱
۱/۵	الف) روش اول: $\underbrace{\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{\Delta+1} \right\rceil}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{8}{4} \right\rceil}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\gamma(G) \geq 2}_{(۰/۲۵)} \left. \vphantom{\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{\Delta+1} \right\rceil} \right\} \Rightarrow \underbrace{\gamma(G) = 2}_{(۰/۲۵)}$ $A = \{b, h\}$ $(۰/۲۵)$ روش دوم: چون هیچ رأسی در گراف G وجود ندارد که تمام رئوس را احاطه کند، پس عدد احاطه‌گری نمی‌تواند یک باشد $(۰/۵)$ از طرفی مجموعه دو عضوی $A = \{b, h\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است $(۰/۲۵)$ لذا $\gamma(G) = 2$ $(۰/۲۵)$ تذکر: برای هر مجموعه احاطه‌گر دو عضوی دیگر به جای مجموعه احاطه‌گر A، نمره تعلق گیرد. صفحه ۴۹ ب) $\{a, b, c, d\}$ یا $\{a, f, c, h\}$ $(۰/۵)$ صفحه ۴۶	۱۲

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱ پایه: دوازدهم رشته: ریاضی و فیزیک تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰	تعداد صفحه: ۵ مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور)- دی ۱۴۰۴	ردیف	نمره
راهنمای نمره گذاری					

۰/۵	به رسم یک گراف از گراف های زیر (۰/۵) نمره تعلق گیرد. یا یا یا یا صفحه ۵۳	۱۳
۱	(الف) $\frac{8!}{4! \times 2! \times 2!} = 420 \quad (۰/۲۵)$ روش اول: روش دوم: $\binom{8}{4} \binom{4}{2} \binom{2}{2} = 420 \quad (۰/۲۵) \quad \text{یا} \quad \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2} = 420 \quad (۰/۲۵) \quad \text{یا} \quad \binom{8}{2} \binom{6}{4} \binom{2}{2} = 420 \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۵۹ (ب) روش اول: تعداد توابع پوشا n: $n = 3^m - (3 \times 2^m - 3) \xrightarrow{m=5} 3^5 - (3 \times 2^5 - 3) = 243 - 93 = 150 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: S: تعداد کل توابع از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی $A_l = A_r = A_{rr}$: تعداد توابعی که فقط شامل دو عضو از برد باشند $ S = 3^5 = 243$ $ A_l = A_r = A_{rr} = 2^5 = 32$ $ A_l \cap A_r = A_l \cap A_{rr} = A_r \cap A_{rr} = 1$ $ A_l \cap A_r \cap A_{rr} = 0$ $ A_l \cup A_r \cup A_{rr} = S - A_l \cup A_r \cup A_{rr} = 243 - (3 \times 32 - 3 \times 1 + 0) = 150 \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۸۳	۱۴
۰/۷۵		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۵		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور)- دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

۱/۵	$x_1 + x_r + x_r + x_r + x_d = 8, \quad x_d = 1, \quad x_1 \geq 2 \Rightarrow \underbrace{x_1 - 2}_{t_1} \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ $t_1 + x_r + x_r + x_r = 8 - 2 - 1 = 5 \quad (۰/۵) \Rightarrow \underbrace{\binom{n+k-1}{k-1}}_{(۰/۵)} = \binom{8}{3} = 56 \quad (۰/۲۵)$	۱۵ صفحه ۷۱
۱	$t = 1 \quad (۰/۲۵), \quad x = 1 \quad (۰/۲۵), \quad z = 3 \quad (۰/۲۵), \quad y = 2 \quad (۰/۲۵)$	۱۶ صفحه ۶۲
۱/۵	S: تعداد اعداد طبیعی کوچک تر یا مساوی ۶۰۰ A: تعداد اعداد طبیعی کوچک تر یا مساوی ۶۰۰ که بر ۳ بخش پذیرند. B: تعداد اعداد طبیعی کوچک تر یا مساوی ۶۰۰ که بر ۷ بخش پذیرند. $A \cap B$: تعداد اعداد طبیعی کوچک تر یا مساوی ۶۰۰ که بر ۲۱ بخش پذیرند. $ A \cup B = A + B - A \cap B = \left\lfloor \frac{600}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{600}{7} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{600}{21} \right\rfloor = 200 + 85 - 28 = 257 \quad (۰/۲۵)$ $\underbrace{ A \cup B }_{(۰/۲۵)} = S - A \cup B = 600 - 257 = 343 \quad (۰/۲۵)$	۱۷ صفحه ۶۳
۱	روش اول: n: تعداد لانه ها (ماه های سال), $k+1$: حداقل کبوترها (دانش آموزان دبیرستان) $k+1 = 21 \Rightarrow k = 20 \quad (۰/۲۵)$ $\underbrace{nk+1}_{(۰/۵)} = 12 \times 20 + 1 = 241 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: m: حداقل تعداد دانش آموزان دبیرستان به کمک عمل تقسیم داریم: $\underbrace{m = 12 \times 20 + 1}_{(۰/۲۵)} = 241 \quad (۰/۲۵)$ روش سوم: t: تعداد دانش آموزان دبیرستان, $k+1$: حداقل کبوترها (دانش آموزان دبیرستان) $\left\lfloor \frac{t-1}{k} \right\rfloor = n \Rightarrow \left\lfloor \frac{t-1}{20} \right\rfloor = 12 \Rightarrow 12 \leq \frac{t-1}{20} < 13 \Rightarrow t \geq 241 \quad (۰/۲۵)$ بنابراین حداقل تعداد دانش آموزان دبیرستان ۲۴۱ نفر است. (۰/۲۵)	۱۸ صفحه ۸۳
۲۰	جمع	موفق باشید
صفحه ۵ از ۵		