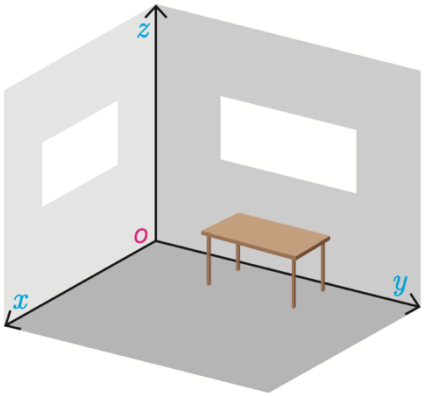
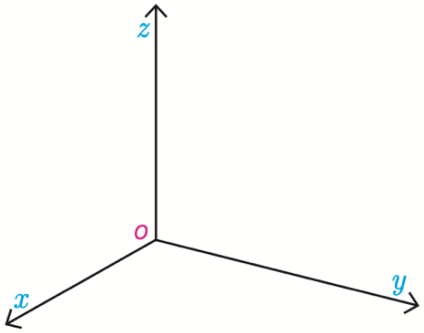
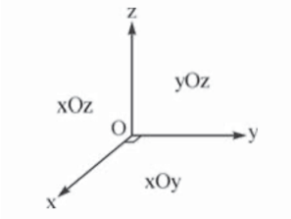
معرفی فضای $\mathbb{R}^3$

مشابه $\mathbb{R}^2$ می‌توان مجموعه تمام سه‌تایی‌های مرتب $(x، y، z)$ که در آنها $x، y، z$ اعداد حقیقی‌اند را به صورت زیر در نظر گرفت که به آن فضای $\mathbb{R}^3$ می‌گویند.

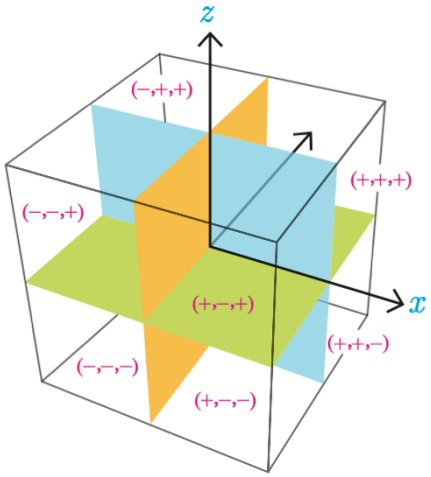
$$\mathbb{R}^3 = \{(x،y،z)|x،y،z\epsilon\mathbb{R}\}$$







محور xها، yها و zها، هر کدام، دارای راستا و جهت هستند. در دستگاه مختصات سه بعدی ۸ ناحیه وجود دارد. معمولا شکل دستگاه مختصات فضایی را در حالت که $x، y، z$ مثبت اند، به صورت مقابل می‌کشیم:



شماره ناحیه	علامت محور ها		
	x	y	z
۱	+	+	+
۲	−	+	+
۳	−	−	+
۴	+	−	+
۵	+	+	−
۶	−	+	−
۷	−	−	−
۸	+	−	−

تصویر نقطه A(a,b,c) روی محورها و صفحات مختصات $3D$

$A=(a,b,0)$	$A=(a,0,c)$	$A=(0,b,c)$
روی صفحه‌ی xy	روی صفحه‌ی xz	روی صفحه‌ی yz

$A=(0,0,c)$	$A=(0,b,0)$	$A=(a,0,0)$
روی محور zها	روی محور yها	روی محور xها

نکته: اگر $A=(x_1,y_1,z_1)$ و $B=(x_2,y_2,z_2)$، دو نقطه در فضا باشند، فاصله‌ی بین این دو نقطه طول پاره خط AB، برابر است با:

$$|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

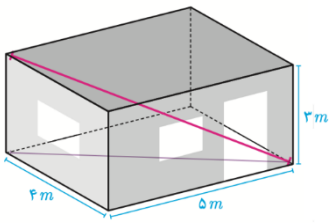
مثال: اگر $a\neq 0$ و $a\neq 3$ باشد، نقطه $M(a^2,a^2+1,a-3)$ در چند ناحیه می‌تواند قرار داشته باشد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

مثال: فاصله نقطه‌ی $A=(m-2, m, 2m)$ تا مبدا مختصات، برابر ۹ است. مجموع مولفه‌های نقطه‌ی $B=(m-2, m+1, 3m)$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱۴- ۲) ۱۶- ۳) ۲۴ ۴) ۱۶

مثال: در این شکل اتاقی به طول ۵ متر و عرض ۴ متر و ارتفاع ۳ متر مشاهده می‌شود. طول قطر این اتاق از گوشه آن به گوشه مقابلش چقدر است؟



مثال: به ازای کدام مقدار m، دو بردار $\bar{a}(1\ ،2\ ،m-1)$ و $\bar{b}(3-m\ ،-1\ ،1)$ هم اندازه اند؟

۱) $\frac{4}{5}$ ۲) $\frac{7}{4}$ ۳) $\frac{4}{7}$ ۴) $\frac{5}{4}$

مثال: نقاط $A=(1،2\ ،3)$ و $B=(4\ ،6\ ،-3)$ مفروضند، طول تصویر پاره خط AB روی صفحه XOY چقدر است؟

قرینه ی نقطه ی $A=(a,b,c)$ ، نسبت به محور های مختصات

قرینه نسبت به محور zها	قرینه نسبت به محور yها	قرینه نسبت به محور xها
$A''=(-a,-b,c)$	$A''=(-a,b,-c)$	$A''=(a,-b,-c)$

قرینه ی نقطه ی $A=(a,b,c)$ ، نسبت به صفحات مختصات

قرینه نسبت به صفحه ی yoz	قرینه نسبت به صفحه ی xoz	قرینه نسبت به صفحه ی xoy
$A''=(-a,b,c)$	$A''=(a,-b,c)$	$A''=(a,b,-c)$

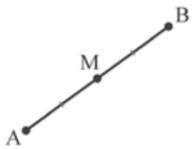
برای پیدا کردن فاصله ی نقطه ی $A=(a,b,c)$ تا محور های مختصات، به صورت زیر عمل کنید :

فاصله تا محور zها	فاصله تا محور yها	فاصله تا محور xها
$\sqrt{a^2+b^2}$	$\sqrt{a^2+c^2}$	$\sqrt{b^2+c^2}$

فاصله ی نقطه ی $A=(a,b,c)$ تا صفحات مختصات :

فاصله تا صفحه ی xoz	فاصله تا صفحه ی yoz	فاصله تا صفحه ی xoy
$\lvert b\rvert$	$\lvert a\rvert$	$\lvert c\rvert$

اگر نقطه ی M ، وسط پاره خط AB باشد، در این صورت مختصات نقطه ی M به صورت زیر خواهد بود.



$$M=(\frac{x_A+x_B}{2}\ \frac{y_A+y_B}{2}\ \frac{z_A+z_B}{2})$$

مثال: فاصله‌ی نقطه‌ای از محورهای مختصات اعداد $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{7}$ می‌باشد. فاصله‌ی این نقطه از مبدا مختصات کدام است؟

۱) 3 ۲) $3\sqrt{2}$ ۳) 9 ۴) 18

مثال: اگر $A=(1، 4، 8)$ و $B=(1 ، -2، 2)$ نقاطی در $\mathbb{R}^3$ باشند، محیط مثلث OAB کدام است؟

۱) $3+\sqrt{2}$ ۲) $3(1+\sqrt{2})$ ۳) $6(2+\sqrt{2})$ ۴) $1+\sqrt{2}$

مثال: اگر $A=(1,-1,1)$ $B=(2,1,3)$ $M=(x,y,z)$ نقاطی در $\mathbb{R}^3$ باشند، مینیمم $(AM+MB)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

مثال: دو نقطه‌ی $A=(2,-1,1)$ و $B=(1,2,-2)$ مفروض اند اگر A' قرینه‌ی A نسبت به صفحه xoz و B' تصویر B روی صفحه‌ی yoz باشد اندازه‌ی $A'B'$ کدام است؟

۱) $\sqrt{6}$ ۲) $\sqrt{8}$ ۳) $\sqrt{12}$ ۴) $\sqrt{14}$

مثال: طول تصویر پاره خط AB که در آن $A = (5 ،1 ،2)$ و $B = (7 ،5 ،5)$ بر صفحه‌ی yoz کدام است؟

۱) $\sqrt{13}$ ۲) $\sqrt{20}$ ۳) 5 ۴) $\sqrt{33}$