



## ◀ بنیاد آموزش ملی از پایه هفتم تا کنکور (ارشد تا دکترا) ▶

- ✓ فیلم تدریس اساتید پروازی و بزرگ کشوری در همه دروس
- ✓ جزوه تدریس منطبق بر فیلم آموزشی همان اساتید
- ✓ دانلود فایل پی دی اف *pdf* دفترچه کنکور با پاسخنامه تشریحی در سه رشته : تجربی ، ریاضی و انسانی به صورت کاملا رایگان
- ✓ دانلود فایل *pdf* نمونه سوالات امتحانی دی و خرداد ماه با پاسخنامه تشریحی به صورت کاملا رایگان

### • خدمات ارائه شده توسط بنیاد آموزش ملی:

- ۱- فیلم و جزوه تدریس همه دروس دهم، یازدهم و دوازدهم در هر سه رشته تجربی، ریاضی و انسانی توسط اساتید پروازی و بزرگ کشوری
- ۲- فیلم و جزوه تدریس همه دروس هفتم، هشتم و نهم توسط معلمین تیزهوشان به صورت کاملا رایگان در سایت و اپلیکیشن قابل استفاده است.
- ۳- فیلم و جزوه تدریس زبان تخصصی در مقطع ارشد و دکترا و همچنین آزمون استخدامی توسط استاد بزرگ کشوری صورت گرفته است.
- ۴- فیلم و جزوه آموزشی گروه آزمایشی هنر و زبان

نام آموزش ملی را به فارسی در گوگل جستجو کنید.



آموزش ملی

# پاسخنامه تشریحی

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه ها و

مؤسسات آموزش عالی کشور - ۱۴۰۲

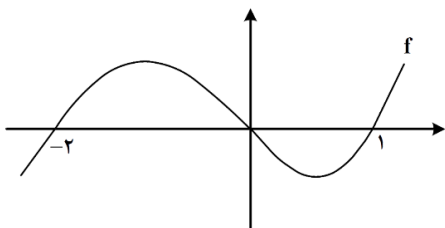
گروه آزمایشی علوم تجربی

نوبت دوم تیر ماه ۱۴۰۲ (دفترچه شماره سه)

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی	ملاحظات
۲	ریاضی	۳۰	۱۱۱	۱۴۰	۶۰ دقیقه	۴۵ سوال ۶۰ دقیقه
۳	زمین شناسی	۱۵	۱۴۱	۱۵۵		

ریاضی

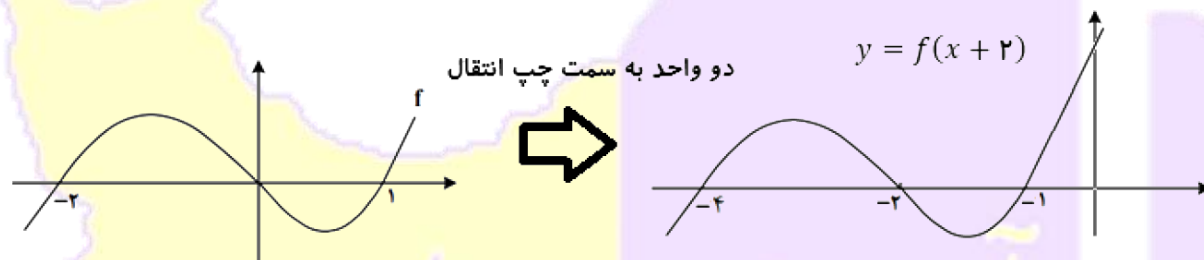
**سوال ۱۱۱** - نمودار زیر، تابع  $f$  را نشان می دهد. دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(x+2)}}$  شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۳      (۲) ۶      (۳) ۴      (۴) ۵

**۱۱۱- پاسخ گزینه ۱**

نمودار تابع  $y=f(x-2)$  همون نمودار  $y=f(x)$  است که دو واحد به سمت چپ انتقال پیدا کرده .



$x$	$-\infty$	$-4$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$\infty$
$y$		-	+	-	○	○	-

بازه  $(-4, -2) \cup [0, 1)$  دامنه تابع است که فقط شامل اعداد صحیح صفر، ۱ و ۳- هستند.

**سوال ۱۱۲** - اگر  $f(x) = 2[x] - x$  و  $g(x) = f([x + f(x)])$  باشد،  $gof(-\frac{5}{3})$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) -۴      (۳) -۶      (۴) ۶

**۱۱۲- پاسخ گزینه ۳**

اول عبارت  $f([x + f(x)])$  رو ساده کنیم. پس:

$$[x + f(x)] = [x + 2[x] - x] = [2[x]] = 2[x]$$

$$g(x) = f(2[x]) = 2[2[x]] - 2[x] = 4[x] - 2[x] = 2[x]$$

حالا مقدار  $f(-\frac{5}{3})$  رو بدست بیاریم که برابر میشه با :

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = 2\left[-\frac{5}{3}\right] - \frac{5}{3} = 2[-1/66] + \frac{5}{3} = 2(-2) + \frac{5}{3} = -4 + \frac{5}{3} = -\frac{7}{3}$$

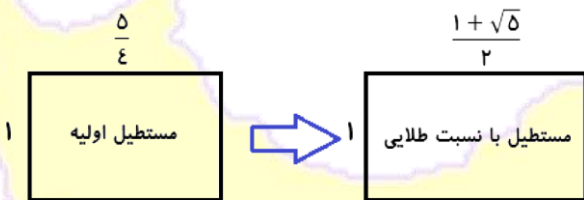
$$\Rightarrow g\left(f\left(-\frac{5}{3}\right)\right) = g\left(-\frac{7}{3}\right) = 2\left[-\frac{7}{3}\right] = 2[-2/3] = 2(-2) = -4$$

**سوال ۱۱۳** - نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

$\frac{1}{3} + \sqrt{5}$        $\frac{2}{2(1+\sqrt{5})}$        $\frac{3}{6} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$        $\frac{4}{4(1+\sqrt{5})}$

**۱۱۳- پاسخ گزینه ۴**

نسبت طلایی برابر ایت با  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  که در مستطیل طلایی نسبت طول به عرض برابر با همین مقدار است. برای سادگی، عرض مستطیل رو ۱ واحد در نظر میگیریم. چون در مستطیل جدید نسبت طول به عرض برابر با نسبت طلایی است طول این مستطیل برابر با  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  خواهد شد.



$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{2}{5}(1+\sqrt{5}) = \frac{1}{4}(1+\sqrt{5})$$

**سوال ۱۱۴** - ریشه های معادله  $2x^2 - ax + b = 0$  نیم واحد از ریشه های معادله  $2ax^2 - ax + 6 = 0$  بیشتر است. مقدار  $\left[\frac{ab}{4}\right]$  کدام است؟

$-4(1)$        $-3(2)$        $-2(3)$        $-1(4)$

**۱۱۴- پاسخ گزینه ۳**

اگر ریشه های معادله اول رو  $x$  فرض کنیم و ریشه های معادله دوم رو  $t$ ، رابطه  $x = t + \frac{1}{4}$  برقرار است

پس:

$$t = x - \frac{1}{4} \Rightarrow 2ax(x - \frac{1}{4})^2 + a(x - \frac{1}{4}) - 6 = 2ax^2 - ax - 6$$

معادله به دست آمده را با معادله اول متحد قرار می دهیم. بنابراین:

$$2ax^2 - ax - 6 \equiv 2ax^2 - ax - 6 \Rightarrow \left[\frac{ab}{4}\right] = \left[\frac{-6}{4}\right] = \left[-\frac{3}{2}\right] = -2$$

**سوال ۱۱۵-** اگر  $f(x) = (x + \log)^5$  باشد، مجموعه جواب نامعادله  $f(x) < f(f(x))$  کدام است؟

- (۱) (۰, ۵)      (۲) (۰, ۱)      (۳) (۵, +∞)      (۴) (۱, +∞)

**۱۱۵- پاسخ گزینه ۲**

چون تابع  $f$  اکیدا صعودی است، پس میتونیم نامعادله داده شده رو به صورت زیر ساده کنیم:

$$f(f(x)) < f(x^5) \Rightarrow f(x) < x^5 \Rightarrow (x + \log x)^5 < x^5 \Rightarrow \log x < x \Rightarrow \log x < 0 \Rightarrow x < 1$$

از طرفی دامنه  $\log x$  برابر با  $x > 0$  همیشه. پس جواب نهایی بازه (۰, ۱) خواهد بود.

**سوال ۱۱۶-** صفرهای تابع  $y = 2x^2 - (m+2)x + m$  و نقطه تقاطع آن با محور عرض ها، رئوس یک

مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر  $\frac{2}{3}$  باشد، کدام می تواند طول رأس سهمی  $y = x^2 - mx + 1$  باشد؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳)  $-\frac{3}{4}$       (۴)  $-\frac{1}{2}$

**۱۱۶- پاسخ گزینه ۴**

طول قاعده مثلث ایجاد برابر با اختلاف ریشه ها (صفرهای تابع) است. ارتفاع این مثلث نیز برابر با عرض از مبدا این تابع، یعنی  $m$  خواهد شد. در ادامه سوال حاصل  $\frac{m}{4}$  خواسته شده است.

اختلاف ریشه ها برابر است با  $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$  که در این مسئله برابر است با:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\sqrt{(m+2)^2 - 4(2)(m)}}{2} = \frac{\sqrt{m^2 + 4m + 4 - 8m}}{2} = \frac{\sqrt{m^2 - 4m + 4}}{2} = \frac{\sqrt{(m-2)^2}}{2} = \frac{|m-2|}{2}$$

مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{|m-2|}{2} \times |m| = \frac{|m(m-2)|}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow |m(m-2)| = 3$$

پس:

$$\begin{cases} m(m-2) = 3 \\ m(m-2) = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 = 0 \\ m^2 - 2m + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1, m = 3 \\ \text{ریشه ندارد} \end{cases}$$

**سوال ۱۱۷-** تابع  $f(x) = \begin{cases} 2-3x & 2x+3 \leq 0 \\ 2+2mx-x^2 & 2x+3 > 0 \end{cases}$  روی دامنه تعریف خود وارون پذیر است. اگر  $f^{-1}$  وارون تابع  $f$  به ازای مقدار صحیح  $m$  باشد، مقدار  $f^{-1}(19)$  کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۲      (۳) ۱      (۴) صفر

**۱۱۷- پاسخ گزینه ۱**

برای اینکه این تابع معکوس پذیر باشد، اولاً هر ضابطه باید روی دامنه خودش یک به یک باشد. ثانیاً برد ضابطه ها با هم اشتراک نداشته باشد. برد ضابطه اول به صورت زیره:

$$x+3 \leq 0 \Rightarrow x \leq -\frac{3}{2} \Rightarrow -3x \geq \frac{9}{2} \Rightarrow 2-3x \geq \frac{9}{2} + 2 = \frac{13}{2}$$

پس برد ضابطه دوم باید  $(-\infty, \frac{13}{2})$  باشد. طول رأس سهمی برابر با  $m$  همیشه و عرضش:

$$2+2m^2-m^2=2+m^2$$

طول رأس سهمی باید کمتر از  $-\frac{3}{2}$  باشد. پس:

$$\begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ 2+m^2 < \frac{13}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ m^2 < \frac{9}{2} = 4/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ m = -2, -1, 0, 1, 2 \end{cases}$$

**سوال ۱۱۸-** اگر  $\log 3 \approx 0/4$  و  $\log 2 \approx 0/3$  باشد، اختلاف ریشه های معادله  $\log \frac{5}{6} = x^2(\log 30) + 2x(\log 6) - \log \frac{5}{6}$  چقدر است؟

(۱) ۰/۷      (۲) ۰/۵      (۳) ۱/۴      (۴) ۱

**۱۱۸- پاسخ گزینه ۴**

اگر ریشه های معادله درجه دوم همیشه  $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$  که در این سوال به صورت زیر همیشه:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4(\log 6)^2 + 4 \log 30 \times \log \left(\frac{5}{6}\right)}}{\log 30} = \frac{2\sqrt{(\log 6)^2 + (\log 5 + \log 6)(\log 5 - \log 6)}}{\log 30}$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{(\log 6)^2 + (\log 5)^2 - (\log 6)^2}}{\log 30} = \frac{2 \log 5}{\log 30} = \frac{2(1 - \log 2)}{\log 3 + \log 10} = \frac{2(0/7)}{0/4 + 1} = \frac{1/4}{1/4} = 1$$

**سوال ۱۱۹-** اگر  $\tan x + \cot x = -3$  و  $3\pi < x < 4\pi$  باشد، حاصل  $\frac{1}{\cos^3 x + \sin^3 x}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{5}\sqrt{6}$       (۲)  $\frac{1}{75}\sqrt{3}$       (۳)  $-\frac{1}{75}\sqrt{3}$       (۴)  $\frac{1}{5}\sqrt{6}$

**۱۱۹- پاسخ گزینه ۳**

می‌دانیم که  $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$  همیشه مقدار زاویه هم در بازه  $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$  قرار دارد. در این ناحیه و  $\cos x < 0$  و  $\sin x > 0$  البته زور کسینوس بیشتره، پس حاصل کسر باید منفی بشه یعنی گزینه های ۲ و ۴ درست نیستن. حالا بریم مقدارش رو بدست بیاریم.

$$\cos^3 x + \sin^3 x = (\cos x + \sin x)^3 - 3 \sin x \cos x (\cos x + \sin x)$$

از طرفی  $\frac{1}{\sin x \cos x} = -3 \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{1}{3}$  همیشه. پس:

$$\cos^3 x + \sin^3 x = (\cos x + \sin x)^3 + (\cos x + \sin x) = (\cos x + \sin x)((\cos x + \sin x)^2 + 1)$$

$$= (\cos x + \sin x)(1 + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x + 1) = (\cos x + \sin x) \left( 2 + 2 \left( -\frac{1}{3} \right) \right) = \frac{4}{3} (\cos x + \sin x)$$

حالا باید  $\cos x + \sin x$  رو بدست بیاریم برای اینکار یه بار به توان ۲ می‌رسونیم و یه بار جذر میگیریم. البته می‌دونیم که مقدارش منفیه ها پس:

$$\sqrt{(\cos x + \sin x)^2} = \sqrt{1 + 2 \sin x \cos x} = \sqrt{1 + \frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

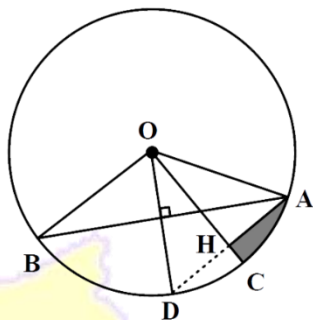
پس حاصل  $\cos^3 x + \sin^3 x$  برابر میشه با  $\frac{4}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$  و جواب مسئله برابر است با  $-\frac{3}{4}\sqrt{3}$  یا به عبارت دیگه

$$-\frac{1}{75}\sqrt{3}$$

Δ

**سوال ۱۲۰-** مطابق شکل زیر، در دایره ای به مساحت  $\pi$ ،  $\angle AOB = 120^\circ$  و  $OH$  عمود منصف  $AD$  است.

اختلاف محیط مثلث  $AOH$  و محیط قسمت سایه زده شده کدام است؟



$$\sqrt{2} - \frac{\pi}{6} (2)$$

$$\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} (1)$$

$$\pi - \sqrt{2} (4)$$

$$\pi - \sqrt{3} (3)$$

**۱۲۰- پاسخ گزینه ۱**

مساحت دایره برابر با  $\pi r^2$  هست و در اینجا مساحت  $\pi$  شده. پس شعاع ۱ هست. محیط مثلث  $AOH$  برابر است با  $OA + OH + \widehat{AH}$  همیشه که در اینجا  $OA$  همون شعاع دایره اس، یعنی ۱، محیط ناحیه سایه زده هم برابر با  $\widehat{AC} + HC + AH$  همیشه. اختلاف این دو محیط همیشه:

$$(1 + OH + \widehat{AH}) - (\widehat{AC} + HC + AH) = 1 + OH - HC - \widehat{AC} = 1 + OH - (1 - OH) - \widehat{AC} = 2OH - \widehat{AC}$$

زاویه  $\angle AOC = 30^\circ$  همیشه. پس  $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ،  $OH = OA \times \cos 30^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، طول کمان  $\widehat{AC}$  هم برابر همیشه با حاصل ضرب شعاع در زاویه (بر حسب رادیان). پس:

$$\widehat{AC} = r\theta = 1 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

پس اختلاف دو محیط برابر است با:

$$2OH - \widehat{AC} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$$



**سوال ۱۲۱-** خطوط  $ax-y=3$  و  $3y+x=-9$  یکدیگر را در نقطه  $A$  و خط  $y-x=0$  را به ترتیب در نقاط  $B$  و  $C$  قطع می کنند. اگر مرکز دایره ای که از این سه نقطه می گذرد، بر نمیساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث  $ABC$ ، مقدار  $\tan(B-C)$  کدام است؟

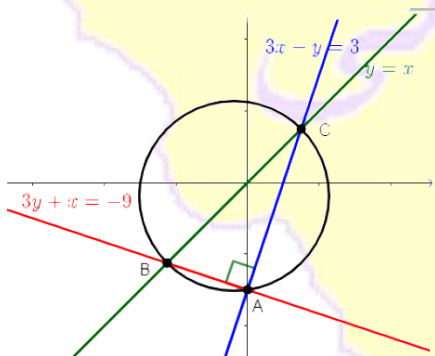
- (۱)  $\frac{1}{4}$       (۲)  $\frac{3}{4}$       (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴)  $\frac{2}{3}$

**۱۲۱- پاسخ گزینه ۲**

قطر  $BC$  کمان دایره را به دو کمان مساوی ( $180^\circ$  درجه) تقسیم می کند. زاویه محاطی نصف کمان رو به رو است، پس زاویه  $A$  برابر با  $90^\circ$  درجه خواهد شد. بنابراین خطوط  $ax-y=3$  و  $3y+x=-9$  بر هم عمود هستند. پس حاصل ضرب شیب این دو خط باید  $-1$  شود. لذا:

$$\left(-\frac{1}{a}\right)(a) = -1 \Rightarrow a = 3$$

برای محاسبه  $\tan C$  و  $\tan B$  نیاز داریم که طول اضلاع مثلث را بدست آوریم. برای همین مختصات نقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  رو بدست میاوریم. با تلاقی این خطوط با هم مختصات این سه نقطه به ترتیب برابر با  $\left(-\frac{9}{4}, -\frac{9}{4}\right)$  و  $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$  و  $(0, -3)$  خواهد شد. پس:



$$AB = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{3}{4}\sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}\sqrt{10}$$

در صورت سوال مقدار  $\tan(B-C)$  خواسته شده که برابر است با  $\tan(B-C) = \frac{\tan C + \tan B}{1 + \tan B \tan C}$

میدونیم که  $B+C=90^\circ$ ، پس  $\tan C = \cot B$  بنابراین:

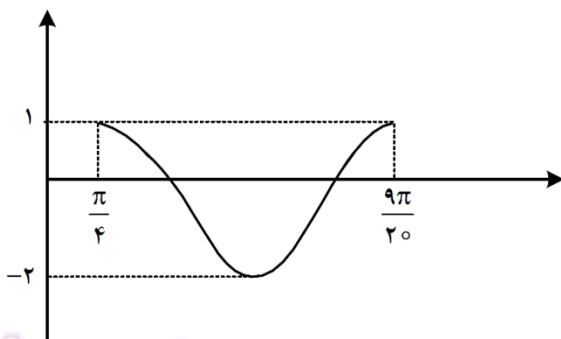
$$\tan(B-C) = \frac{\tan B - \cot B}{1 + \tan B \cot B} = \frac{\tan B - \cot B}{2}$$

پس،  $\tan B = \frac{AC}{AB} = 2$  و  $\cot B = \frac{1}{2}$ ، بنابراین:

$$\tan(B-C) = \frac{2 - \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

**سوال ۱۲۲-** شکل زیر نمودار تابع  $y = a \cos^2 \left( bx - \frac{\pi}{4} \right) + c$  در یک بازه تناوب را نشان می دهد. مقدار

$ab$  کدام است؟



۱۵ (۱)

۷/۵ (۳)

-۱۵ (۲)

-۷/۵ (۴)

**۱۲۲- پاسخ گزینه ۱**

دوره تناوب برابر است با  $\frac{9\pi}{20} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{5}$ ، از طرفی می دونم که دوره تناوب تابع  $\cos^2 a$  نصف دوره تاوب  $\cos a$  همیشه.

پس:

$$T = \frac{\pi}{|a|} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow b = \pm 5$$

برد تابع  $\cos^2 \left( bx - \frac{\pi}{4} \right)$  هم بازه  $[0, a]$  هست، پس  $c$  باید  $-2$  باشه. همچنین  $a + c = 1$  باید باشه، پس  $a = 3$  همیشه. حالا ببینیم که  $b$  مثبت یا منفی؟! مقدار این تابع در  $\frac{\pi}{4}$  باید  $1$  بشه. پس:

$$\text{if: } b = -5 \Rightarrow y = 3 \cos^2 \left( -5 \left( \frac{\pi}{4} \right) - \frac{\pi}{4} \right) - 2 = 3 \cos^2 \left( \frac{3\pi}{2} \right) - 2 = -2 \neq 1$$

پس  $b = 5$  همیشه و  $ab = 15$ . البته اگه نمودار رو هم ادامه میدادی مشخصه که  $b$  مثبت!

**سوال ۱۲۳** - اگر اختلاق جواب های معادله  $\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})} = 0$  در بازه  $[0, \pi]$  برابر  $a$  باشد، مقدار

$\tan(2a)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (۲)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       (۳)  $\sqrt{3}$       (۴)  $-\sqrt{3}$

**۱۲۳ - پاسخ گزینه ۴**

اول معادله رو ساده کنیم . میتونیم به جای  $\cos 2x$   $\sin(\frac{\pi}{2} + 2x) = \sin(\frac{\pi+4x}{2})$  و همچنین به جای

$\cos(\frac{\pi+8x}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2} + 4x) = -\sin 4x$  رو قرار بدیم . پس:

$$\frac{1}{\cos 2x} - \frac{1}{\sin 4x} \Rightarrow \cos 2x = \sin 4x \Rightarrow \cos 2x = 2 \sin 2x \cos 2x \Rightarrow$$

چون  $\cos 2x$  در مخرج کسر قرار گرفته و صفر نمیتونه باشه، پس از دو طرف معادله ساده اش می کنیم .

بنابراین:

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

چون جواب های در بازه  $(0, \pi)$  رو خواسته، این دو جواب برابر با  $\frac{\pi}{12}$  و  $\frac{5\pi}{12}$  میشه که اختلافشون برابر با  $\frac{\pi}{3}$  میشه . پس

$$\tan 2a = \tan \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

**سوال ۱۲۴-** مقدار غیر صفر  $\min_{x \rightarrow 8} \frac{b\sqrt{2+\sqrt{x}}-2b}{ax-b}$  کدام است؟

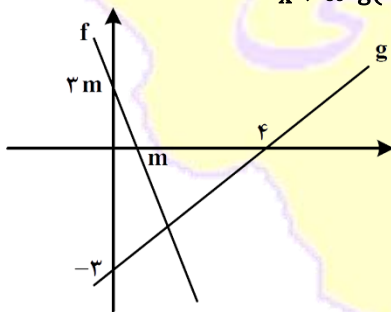
- (۱)  $\frac{1}{12}$       (۲)  $\frac{1}{6}$       (۳)  $\frac{1}{48}$       (۴)  $\frac{1}{24}$

**۱۲۴- پاسخ گزینه ۲**

اگر به جای  $x$  مقدار ۸ رو بذاریم صفر میشه. پس مخرج هم قطعاً صفر بوده که حاصل حد یه عدد حقیقی غیر صفر شده. پس مخرج هم باید به ازای این مقدار صفر بشه، یعنی  $a = \frac{b}{8}$ . پس حد رو می‌تونیم به حد زیر تبدیل کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b(\sqrt{2+\sqrt{x}}-2)}{\frac{b}{8}x-b} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{b(\sqrt{2+\sqrt{x}}-2)}{b\left(\frac{1}{8}x-1\right)} \Rightarrow \text{hop:} \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\frac{1}{2\sqrt{2+\sqrt{x}}}}{\frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{6}$$

**سوال ۱۲۵-** شکل زیر، نمودار تابع  $f$  و  $g$  را نشان می‌دهد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)}$  کدام است؟



- (۱) -۳  
(۲) ۳  
(۳) -۴  
(۴) ۴

**۱۲۵- پاسخ گزینه ۱**

برای محاسبه حد در بی نهایت کافیست بر صورت رو در نظر بگیریم و پرتوان مخرج. شیب تابع  $g(x)$  برابر با  $\frac{4}{3}$  میشه. در واقع ضابطه این تابع به صورت  $g(x) = \frac{4}{3}x - 3$  میشه و ضابطه  $f(x)$  هم به صورت  $f(x) = -3x + 3m$  پس:

$$\min_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-3x+3m|}{\frac{4}{3}x-3} = \min_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-3x|}{\frac{4}{3}x} = \min_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{\frac{4}{3}x} = -4$$

**سوال ۱۲۶ - اگر تابع**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + (m-1)x + (m-4)}}{|x^2 + ((m-7)x + a)^2|} & x \neq a \\ \frac{2 \sin b}{3\sqrt{x+2}} & x = 4 \end{cases}$$

در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، مقدار  $b$  کدام می

تواند باشد؟

$\frac{5\pi}{6}$  (۴)

$\frac{5\pi}{3}$  (۳)

$\frac{\pi}{6}$  (۲)

$\frac{\pi}{3}$  (۱)

**۱۲۶ - پاسخ گزینه ۱**

برای حل اینکه تابع در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، اولاً هر ضابطه روی دامنه خودش باید پیوسته باشد، ثانیاً باید شرط پیوستگی رو در نقطه (نقاط) تغییر ضابطه بررسی کنیم. در ضابطه اول عبارت زیر رادیکال یه ریشه ۱- داره. چون  $m - 4 + 3 = 1$  همیشه ۱- ربه مخرج هم هست که در این صورت برای اینکه این تابع پیوسته باشه، باید این ریشه مضاعف باشه تا از زیر رادیکال بیاد بیرون و یه ریشه ساده به ما تحویل بده. در غیر اینصورت حاصل کسر بی نهایت میشه و تابع نمیتونه پیوسته باشه. پس عبارت زیر رادیکال به فرم  $3(x+1)^2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^2+a^2|} & x \neq a \\ \frac{2 \sin b}{3\sqrt{x+2}} & x = a \end{cases}$$

پس  $a = -1$  میشه. حالا بریم حاصل حد این تابع در این نقطه رو بدست بیاریم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^2+1|} = \sqrt{3} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^2+1||x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

برای پیوسته بودن باید مقدار این با مقدار تابع در این نقطه یعنی  $\frac{2}{3} \sin b$  برابر باشه. پس:

$$\frac{2}{3} \sin b = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin b = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow b = \frac{\pi}{3}$$

**سوال ۱۲۷-** اگر  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^2-|x^2|}$  باشد، مقدار  $g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$       (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳) ۱      (۴) -۱

**۱۲۷- پاسخ گزینه ۳**

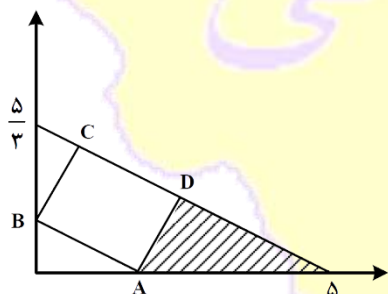
مقدار خواسته شده برابر است با  $(f(g(x)))'$ . پس می‌تونیم اول  $fog(x)$  رو تشکیل بدیم. بعد ازش مشتق بزنین. میدونیم که تابع  $g$  برای مقادیر مثبت تعریف نشده اس. چون مخرج صفر مطلق میشه. برای مقادیر منفی هم برابر با  $f$  میشه. تابع  $f$  هم فقط برای مقادیر منفی تعریف شده اس که به فرم  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{-x}}$  تبدیل میشه. پس:

$$f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{-x}}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{-\frac{1}{\sqrt[3]{-x}}}} = x \Rightarrow fog(x) = x \Rightarrow (f(g(x)))' = 1$$

پس مشتق تابع  $fog(x)$  در هر نقطه ای برابر با ۱ میشه.

**سوال ۱۲۸-** در شکل زیر، مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم است. مساحت مثلث هاشور خورده

چقدر است؟



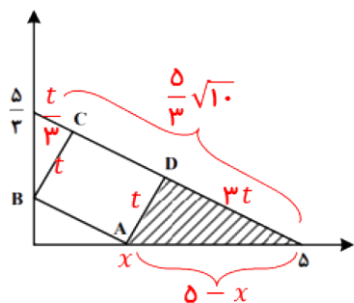
(۲)  $\frac{15}{16}$

(۱)  $\frac{15}{8}$

(۴)  $\frac{25}{24}$

(۳)  $\frac{25}{12}$

**۱۲۸- پاسخ گزینه ۲**



$$S = t \left( \frac{5}{3} \sqrt{1-x^2} - 3t - \frac{t}{3} \right) = \frac{5}{3} \sqrt{1-x^2} \cdot t - \frac{10}{3} t^2 \Rightarrow$$

$$S' = \frac{5}{3} \sqrt{1-x^2} - \frac{20}{3} t = 0 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{1-x^2}}{4}$$

مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} t(3t) = \frac{3}{2} t^2 = \frac{3}{2} \left( \frac{\sqrt{1-x^2}}{4} \right)^2 = \frac{3}{2} \left( \frac{1-x^2}{16} \right) = \frac{15}{16}$$

**سوال ۱۲۹-** در یک دسته ۷ تایی از اعداد زوج متوالی (دسته اول)، انحراف معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچک ترین عدد دسته را حذف نموده و عدد زوج دیگر را اضافه می کنیم به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته های مختلف را تا جایی ادامه می دهیم که میانگین آن دسته (دسته آخر)، مجوز انحراف معیار باشد. اختلاف بزرگ ترین عضو دسته اول و آخر، کدام است؟

۴(۴)

۶(۳)

۸(۲)

۱۰(۱)

**۱۲۹- پاسخ گزینه ۲**

اعداد دسته اول رو به صورت  $a+6, a+4, a+2, a, a+2, a+4, a+6$  در نظر می گیریم.

انحراف معیار این اعداد برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{6^2 + 4^2 + 2^2 + 2^2 + 4^2 + 6^2}{7} = \frac{2 \times 56}{7} = 16 \Rightarrow \sigma = 4$$

طبق اطلاعات صورت مسئله  $\sigma = \frac{\bar{x}_1}{7}$ . پس میانگین دسته اول ۸ است. یعنی داده وسط. پس بزرگترین عدد این دسته ۱۴ است.

انحراف معیار دسته آخر هم همین میشه چون اعداد متوالی هستند. طبق اطلاعات صورت مسئله  $\sigma^2 = \bar{x}_2$  پس میانگین دسته آخر برابر است با ۱۶. پس داده وسط این دسته ۱۶ است و بزرگترین داده آن ۲۲ است. پس اختلاف این دو عدد برابر است با  $22 - 14 = 8$ .

**سوال ۱۳۰-** چند عدد یازده رقمی با ارقام ۱ و ۲ می توان نوشت به طوری که مضرب ۶ باشند؟

۴۳۱(۴)

۳۴۱(۳)

۲۲۱(۲)

۱۳۱(۱)

**۱۳۰- پاسخ گزینه ۳**

چون عددمون باید مضرب ۶ باشه، پس هم باید بر ۲ بخش پذیر باشه و هر بر ۳، برای اینکه بر ۲ بخش پذیر باشه، رقم یکان باید صفر یا زوج باشه که در این مسئله فقط می تونیم از ۲ استفاده کنیم. در ده رقم اول اگه  $n$  تا ۲ داشته باشیم، پس تعداد  $n-10$  تا داریم. در این صورت مجموع ارقام به صورت مجموع ارقام به صورت زیر میشه:

$$2n+10-n+2=n+12 \Rightarrow \text{باید مضرب ۳ باشه}$$

پس  $n$  میتونه صفر، ۳، ۶، ۹ باشه .

اگه  $n=0$  باشه، یعنی عددمون ۱۱۱۱۱۱۱۱۱۲ میشه که فقط یک حالت، اگر  $n=3$  باشه. پس ۳ تا دو داریم که میتونن در جایگاه های ۱ تا ۱۰ قرار بگیرن که میشه انتخاب ۳ جایگاه از ۱۰ جایگاه، یعنی  $\binom{10}{3}$ ، پس کل حالات ممکن برابر میشه با:

$$1 + \binom{10}{3} + \binom{10}{6} + \binom{10}{9} = 1 + 120 + 210 + 10 = 341$$

**سوال ۱۳۱-** یک سکه را آنقدر پرتاب می کنیم تا برای بار  $k$ ام «رو» ظاهر شود. احتمال آنکه دقیقاً  $n$

بار پرتاب لازم شود، برابر  $\frac{k}{k+5}$  احتمال آن است که در  $n$  پرتاب  $k$  بار سکه «رو» بیاید. کدام مقدار می تواند  $n+k$  باشد؟

۵(۴)

۸(۳)

۹(۲)

۱۲(۱)

**۱۳۱- پاسخ گزینه ۲**

اگر سکه ای را  $n$  بار پرتاب کنیم و بخواهیم که  $k$  امین "رو" را در آخرین پرتاب ببینیم، پس در  $n-1$  پرتاب اول، بادی  $k-1$  "رو" مشاهده کنیم که به  $\binom{n-1}{k-1}$  حالت ممکن است. کل فضای نمونه هم که برابر با  $2^n$  است که در مخرج قرار میگیره و با هم ساده میشن. از طرفی برای اینکه در  $n$  پرتاب  $k$  "رو" مشاهده شود، به  $\binom{n}{k}$  حالت ممکن است. نسبت احتمال این دو حالت باید  $\frac{k}{k+5}$  شود. پس:

$$\frac{\binom{n-1}{k-1}}{\binom{n}{k}} = \frac{k}{k+5} \Rightarrow \frac{k}{n} = \frac{k}{5+k} \Rightarrow n=k+5 \Rightarrow n+k=k+5+k=2k+5$$

پس  $n$  میتواند، ۷، ۹، ۱۱، ۱۳ یا ..... باشد پس گزینه ۹ درست است .



**سوال ۱۳۲ -** احتمال اینکه امیر برای قبولی در رشته پزشکی، یکی از سه دانشگاه  $A, B, C$  را انتخاب کند، به ترتیب  $0/4$ ،  $0/35$  و  $0/25$  است. اگر او یکی از دانشگاه های  $A, B, C$  را انتخاب کند، به ترتیب، به احتمال  $0/25$ ،  $0/3$  و  $0/35$  در آن دانشگاه پذیرفته می شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشته پزشکی قبول شود؟

۲۹/۲۵(۴)

۲۰/۲۵(۳)

۲۹/۵۵(۲)

۲۰/۵۵(۱)

**۱۳۲ - پاسخ گزینه ۴**

از قانون احتمال کل باید استفاده کنیم :

$$P(\text{قبولی پزشکی}) = P(A)P(A|\text{قبولی}) + P(B)P(B|\text{قبولی}) + P(C)P(C|\text{قبولی}) =$$

$$(0/4 \times 0/25) + (0/35 \times 0/3) + (0/25 \times 0/35)$$

محاسبه عبارت فوق وقت گیره! چون جواب رو بر حسب درصد خواسته، کل عبارت رو باید در ۱۰۰ ضرب کنیم که به صورت زیر تبدیل میشه:

$$(40 \times 0/25) + (0/35 \times 30) + (0/25 \times 35) = (40 \times 0/25) + (0/25 \times 30 + 0/1 \times 30) + (0/25 \times 35)$$

حالا میتونیم از  $0/25$  فاکتور بگیریم. پس:

$$0/25 (40 + 30 + 35) + 3 = 0/25 (105) + 3 = \frac{105}{4} + 3 = 25 + 1/25 + 3 = 29/25$$

سوال ۱۳۳ - نقاط  $A(-1, 4)$ ،  $B(3, 1)$ ،  $C(x, y)$  و  $D(-1-x, y+3)$  رؤوس یک مستطیل هستند. اگر رأس

های  $D$  و  $C$  مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

۱۶(۴)

۱۵(۳)

۱۴(۲)

۱۳(۱)

### ۱۳۳ - پاسخ گزینه ۳

می‌دونیم در هر مستطیل رابطه زیر برقرار است:

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 + x = 3 - 1 - x \\ 4 + y = 1 + y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ 4 + y = y + 4 \end{cases}$$

از رابطه دوم نمیتونیم مقدار  $y$  رو بدست بیاریم. ولی میدونیم که طول  $AB$  بر عرض  $BC$  عمود است، یعنی حاصل ضرب شیب‌ها برابر با  $-1$  می‌شود. پس:

$$m_{AB} \times m_{BC} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \times \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = -1 \Rightarrow \frac{1 - 4}{3 - (-1)} \times \frac{y - 1}{\frac{3}{2} - 3} = \frac{-3}{4} \times \frac{y - 1}{-\frac{3}{2}} = \frac{y - 1}{2} = -1 \Rightarrow y - 1 = -2 \Rightarrow y = -1$$

ساختار مستطیل به فرم زیر همیشه:

پس طول مستطیل برابر است با:

$$AB = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

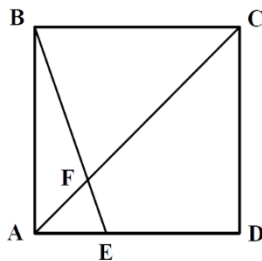
عرض مستطیل هم برابر است با:

$$BC = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

پس محیط برابر است با

$$2\left(5 + \frac{5}{2}\right) = 10 + 5 = 15$$

**سوال ۱۳۴** - در مربع شکل زیر، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟



$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{2} \quad (4)$$

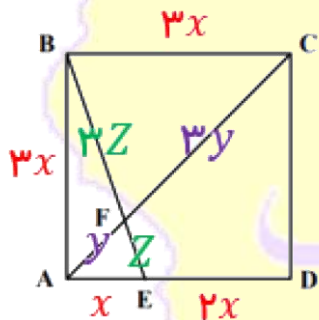
$$\frac{\sqrt{10}}{3} \quad (3)$$

**۱۳۴ - پاسخ گزینه ۱**

اندازه AE رو برابر با  $x$  در نظر میگیریم. در اینصورت ED برابر با  $2x$  خواهد بود. یعنی عرض مربع برابر با  $3x$  میشه. همچنین دو مثلث AFE و BFC متشابه هستن با نسبت تشابه ۳. پس:

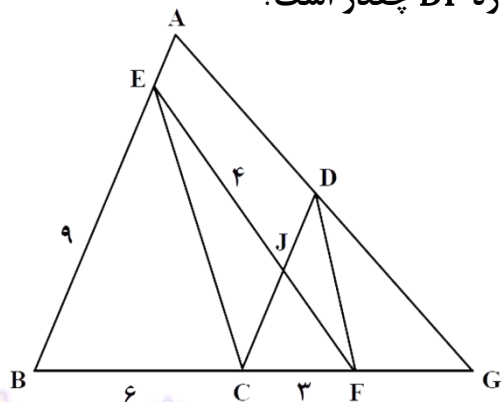
طول BE برابر است با  $\sqrt{3^2 + 1^2}x = \sqrt{10}x$ . پس EF برابر است با  $\frac{1}{4}\sqrt{10}x$ . هم چنین طول قطر مربع،

یعنی AF برابر است  $\frac{1}{4} \times 3\sqrt{2}x$ . بنابراین:



$$\frac{EF}{AF} = \frac{\frac{1}{4}\sqrt{10}x}{\frac{1}{4} \times 3\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

سوال ۱۳۵- در شکل زیر،  $AB \parallel CD$  و  $EC \parallel DF$  است. اندازه  $DF$  چقدر است؟



(۱)  $\frac{\sqrt{11}}{4}$

(۲)  $\frac{\sqrt{11}}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{33}}{4}$

(۴)  $\frac{\sqrt{33}}{2}$

۱۳۵- پاسخ گزینه ۱

این دو مثلث با نسبت تشابه  $\frac{1}{3}$  متشابه هستند. پس  $JF = 2$  همیشه.

مثلث  $FBE$  متساوی الساقین است.

طبق قضیه کسینوس ها:

$$CE^2 = 9^2 + 3^2 - 2 \times 9 \times 3 \times \cos \theta = 36 + 9 - 2 \times 9 \times 3 \times \frac{1}{3} = 33 \Rightarrow CE = \sqrt{33}$$

می دونم  $EC$  دو برابر  $DF$  است (به علت تشابه). پس:

$$\Rightarrow DF = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

**سوال ۱۳۶ -** طول کوتاه ترین وتری که از  $(-1, 2/5)$  در دایره  $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 1 = 0$  رسم می شود، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{7}}{2} (4)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} (3)$$

$$\sqrt{7} (2)$$

$$\sqrt{5} (1)$$

**۱۳۶ - پاسخ گزینه ۲**

طول کوتاه ترین وتر گذرنده از نقطه به مختصات  $M$  در دایره از رابطه  $|C(M)| \cdot 2$  بدست می آید. پس در ابتدا باید مختصات نقطه ای داده شده رو در معادله دایره جایگذاری کنیم. البته باید معادله دایره رو به فرم استاندارد تبدیل کنیم. یعنی ضریب  $x^2$  و  $y^2$  برابر با ۱ باشد. پس کل معادله رو گسترده رو بر ۲ تقسیم می کنیم:

$$C(x,y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y + 1 \Rightarrow C(M) = (-1)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 3(-1) - 5\left(\frac{5}{2}\right) + \frac{1}{2} = -\frac{7}{4}$$

$$\text{طول کوتاه ترین وتر} = 2 \sqrt{\left|-\frac{7}{4}\right|} = \sqrt{7}$$

**سوال ۱۳۷ -** مجموعه های  $A$  و  $B$  به ترتیب دارای  $m$  و  $k$  عضو هستند. اگر  $m-k=14$  و اختلاف تعداد اعضای مجموعه های  $A \cup B$  و  $A \cap B$  برابر ۲۰ باشد، مجموعه  $B-A$  چند عضو دارد؟

$$3 (4)$$

$$4 (3)$$

$$6 (2)$$

$$8 (1)$$

**۱۳۷ - پاسخ گزینه ۴**

نمودار ون صورت مسئله به صورت زیر است.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = m + k - n(A \cap B) \text{ می دونیم که}$$

همچنین طبق اطلاعات صورت مسئله داریم:

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = m + k - n(A \cap B) - n(A \cap B) = m + k - 2n(A \cap B) = 20$$

هدف مسئله یافتن  $n(B-A)$  است که برابر است با  $k - n(A \cap B)$ . پس:

$$\begin{cases} m + k - 2n(A \cap B) = 20 \\ m - k = 14 \Rightarrow m = k + 14 \end{cases} \Rightarrow k + 14 + k - 2n(A \cap B) = 20 \Rightarrow$$

$$2k - 2n(A \cap B) - 14 = 6 \Rightarrow 2(k - n(A \cap B)) = 6 \Rightarrow k - n(A \cap B) = 3$$

**سوال ۱۳۸-** در یک دنباله حسابی با جمله اول  $a$  و قدر نسبت  $d$  تساوی  $6a^2 = 5a_3a + 3a_2a$  برقرار است نسبت جمله چهارم دنباله به  $d$  کدام می تواند باشد؟

۴(۴)

۳/۵(۳)

۱/۵(۵)

۱(۱)

**۱۳۸- پاسخ گزینه ۱**

در رابطه داده شده، به جای جملات دوم و سوم به ترتیب  $a+d$  و  $a+2d$  اقرار می دهیم. پس:

$$6(a+d)^2 = 5(a+2d)a + 3(a+d)a \Rightarrow 6a^2 + 12ad + 6d^2 = 5a^2 + 10ad + 3a^2 + 3ad$$

$$\Rightarrow 2a^2 + ad + 6d^2 = 0 \quad \text{رابطه I}$$

هدف محاسبه  $\frac{a}{d}$  است یعنی،  $\frac{a+2d}{d} = \frac{a}{d} + 2$  برای بدست آوردن  $\frac{a}{d}$ ، رابطه I را بر  $d^2$  تقسیم می کنیم. پس:

$$2\left(\frac{a}{d}\right)^2 + \frac{a}{d} - 6 = 0 \Rightarrow 2t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow t = -2, t = \frac{3}{2}$$

پس  $\frac{a}{d} + 2$  می تواند برابر با ۱ یا برابر با  $\frac{4}{5}$  باشد. لذا گزینه ۱ درست است.

**سوال ۱۳۹-** اگر  $A = \{\log_9 x + 2 \log_x 3 : x > 1\}$  باشد، کوچک ترین عضو مجموعه  $A$  کدام است؟

$\sqrt{3}$  (۴)

$\sqrt{6}$  (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{6}}{2}$  (۱)

**۱۳۹ - پاسخ گزینه ۴**

راه حل اول:

اگر رابطه مجموعه رو ساده کنیم به عبارت زیر میرسیم:

$$\log_9 x + \frac{2}{\sqrt{x}} \log_x 3 = \log_9 x + \log_x 3^{\frac{2}{\sqrt{x}}}$$

اگر این دو جمله رو در هم ضرب کنیم، طبق خاصیت  $\log_b a = \log_c a \times \log_b c$  داریم:

$$\log_9 x \times \log_x 3^{\frac{2}{\sqrt{x}}} = \log_9 3^{\frac{2}{\sqrt{x}}} = \log_{3^2} 3^{\frac{2}{\sqrt{x}}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{x}}}{2} \log_{3^2} 3 = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

چون حاصل ضرب این دو جمله عدد ثابت  $\frac{1}{\sqrt{x}}$  است، مینیمم این مجموعه زمانی اتفاق میفته که هر دو جمله برابر باهم برابر باشن، یعنی برابر با  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  باشند. پس مینیمم این مجموعه برابر است با  $\sqrt{3}$ .  $2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

راه حل دوم:

$$\log_{\sqrt{2}} x + \frac{2}{\sqrt{x}} \log_x 3 = \frac{1}{\sqrt{x}} \left( \log_{\sqrt{2}} x + \frac{2}{\log_{\sqrt{2}} x} \right)$$

با تغییر متغیر  $\log_{\sqrt{2}} x = t$  تابع تبدیل به  $\frac{1}{\sqrt{x}} \left( t + \frac{2}{t} \right)$  میشه که برای محاسبه کمترین مقدر از این تابع مشتق میزنیم پس:

$$\left(1 - \frac{2}{t^2}\right) t' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{2}{t^2} = 0 \Rightarrow t = \sqrt{2} \Rightarrow \min = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (2\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

**سوال ۱۴۰-** حداقل چند عضو از مجموعه  $f = \{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{Z}, x = \frac{y^2}{y^2-1}\}$  حذف شود تا  $f$ ، یک تابع

باشد؟

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

### ۱۴۰- پاسخ گزینه ۲

باید اعضای مجموعه  $f$  را بدست آوریم. عبارت داده شده رو می تونیم به فرم  $y^2 = \frac{y^2}{x} + 1$  تبدیل کنیم.  $y^2$  می تواند صفر، ۴، ۹ یا ۲۵ باشد که در اینصورت  $x$  ها برابر هستند با  $-۷۲$ ،  $۲۴$ ،  $۹$  یا  $۳$  پس مجموعه  $f$  به صورت زیر است:

$$f = \{(-۷۲, ۰), (۲۴, \pm ۲), (۹, \pm ۳), (۳, \pm ۵)\}$$

برای اینکه مجموعه  $f$  بیانگر یک تابع باشد، باید به ازای یک ورودی مشخص، فقط یک خروجی داشته باشیم. پس سه عضو باید حذف گردد.





**مدرس ریاضی، حسابان، آمار و احتمال، هندسه و گسسته: استاد حسین حسنزاد**

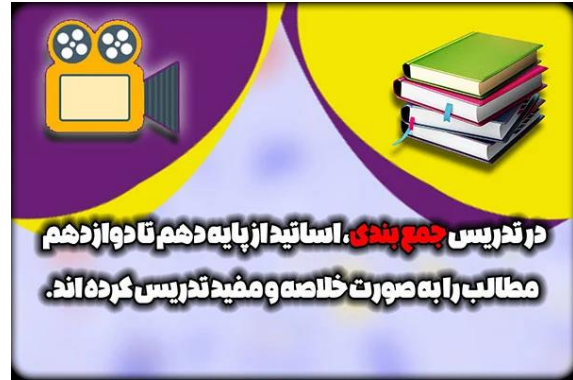
**مهندس برق الکترونیک**

- ✓ مدرس مدارس خوارزمی ، علوی ، رستا ، نمونه و تیز هوشان
- ✓ مدرس آموزشگاه های آنلاین در سراسر کشور
- ✓ مولف سوالات آزمون های آزمایشی
- ✓ مدرس رتبه های دو رقمی و سه رقمی
- ✓ مدرس المپیاد ریاضی
- ✓ مدرس نفر اول مسابقات جهانی ریاضی (دارنده مدال طلا)

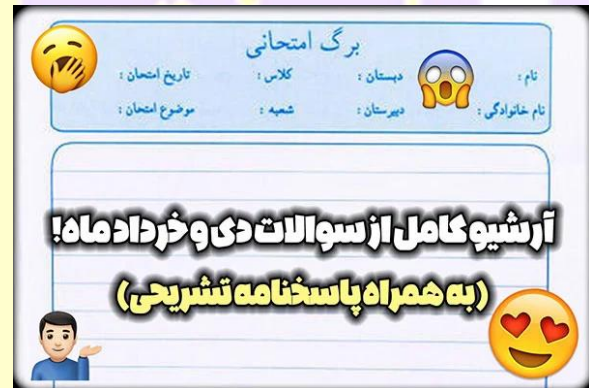
**سابقه تدریس در شهر های :**

**تهران ، کرج ، گلستان ، اصفهان ، تبریز ، سیستان و بلوچستان و...**

جهت دیدن فیلم آموزشی همه دروس به همراه جزوه آنها  
از پایه هفتم تا کنکور وارد سایت ((آموزش ملی)) شوید



جهت دانلود دفترچه کنکور و سوالات دی و خرداد ماه به همراه پاسخنامه کاملا تشریحی آنها از  
پایه هفتم تا کنکور وارد سایت ((آموزش ملی)) شوید



برای ورود به سایت ، نام ((آموزش ملی)) را در گوگل جستجو کنید



یا کد بالا را اسکن کنید و یا روی لینک <http://www.amoozeshmelli.com> بزنید.

## زمین شناسی

**سوال ۱۴۱ -** شاخه زمین شناسی اقتصادی، بیشتر به کدام موضوع می پردازد؟

(۱) چگونگی تشکیل عناصر و منابع روی زمین و سایر سیارات

(۲) مشخص کردن منشا و رده بندی عناصر اصلی اساسی

(۳) شناسایی مکان هایی با ظرفیت بالای منابع انرژی

(۴) مکان هایی با بی هنجاری مثبت ذخایر معدنی

**۱۴۱ - پاسخ گزینه ۴**

زمین شناسانی که در موضوع زمین شناسی اقتصادی تخصص دارند، با بهره گیری از اصول زمین شناسی و پراکندگی عناصر در پوسته زمین، به دنبال مکان هایی هستند که در آن ذخایر معدنی ارزشمند مانند مس، آهن، طل، نقره، الماس و دیگر گوهرها و ... قراردارند.

**سوال ۱۴۲ -** استفاده از کدام روش، برای پایداری دامنه های پر شیب، گاهی سبب تأثیر منفی می شود؟

(۱) پوشش گیاهی (۲) گابیون (۳) دیوار حائل (۴) میخ کوبی

**۱۴۲ - پاسخ گزینه ۱**

در پایداری دامنه ها، پوشش گیاهی، تأثیر مثبت و منفی دارد.

**سوال ۱۴۳ -** لای و ماسه به ترتیب از نظر مهندسی و خاک شناسی (کشاورزی)، در طبقه بندی خاک

ها، در کدام گروه قرار می گیرند؟

(۱) متوسط دانه، درشت دانه - ریزدانه، درشت دانه (۲) ریزدانه، ریز دانه - ریزدانه، متوسط دانه

(۳) ریزدانه، درشت دانه - متوسط دانه، متوسط دانه (۴) ریزدانه، ریزدانه - متوسط دانه، درشت دانه

**۱۴۳ - پاسخ گزینه ۱**

هدف از حفاظت خاک جلوگیری از تخریب تدریجی خاک است. زمانی این هدف تحقق می یابد که سرعت فرسایش خاک کمتر از ساعت تشکیل آن باشد.

**سوال ۱۴۴ -** عنصر فلئور، معمولاً از کدام منابع وارد محیط می شود؟

(۱) کانی های رسی - میکای سیاه - جداسازی طلا از کانسنگ

(۲) کانی های رسی - میکای سفید - کانسنگ های سولفیدی

(۳) چمشه های آبگرم - سنگ های آتشفشانی - پیریت

(۴) زغال سنگ - کانی های رسی - میکای سیاه

**۱۴۴ - پاسخ گزینه ۴**

منشأ فلئور میکای سیاه - کانی های رسی و زغال سنگ می باشد.

**سوال ۱۴۵ -** به هنگام حفرترانسه ای برای عبور از لوله های انتقال گاز از پالایشگاه به محل مصرف،

کدام مورد ممکن است سبب مشکل بزرگ تری برای برای ادامه کار شود؟

(۱) شیب زیاد زمین

(۲) قطع کرن آبخوان

(۳) قطع کردن ریل راه آهن

(۴) عبور از بین سنگ های سخت

**۱۴۵ - پاسخ گزینه ۲**

بخش بزرگی از مشکلات و خسارتهای پروژه های عمرانی و معدنی، ناشی از برخورد با آب های زیرزمینی بوده است در برخی موارد پروژه هایی به علت این مشکلات، تکمیل نشده و متوقف شده اند. بنابراین برآورد میزان و کنترل جریان آب زیرزمینی در تونل ها ترانسه ها بسیار مهم است.

**سوال ۱۴۶ -** کانسنگ های کدام فلزات می توانند به طریق گرمایی و رسوبی تشکیل شوند؟

(۱) قلع - سرب - روی

(۲) قلع - کروم - اورانیم

(۳) می - سرب - روی

(۴) مس - کروم - نیکل

**۱۴۶ - پاسخ گزینه ۳**

کانسنگ های مس سرب و روی هم میتوانند به طریق گرمایی و هم رسوبی تشکیل شوند.

**سوال ۱۴۷-** کدام مورد (موارد) درباره  $\text{CuFeS}_2$  درست تر است؟

الف: به آن کالکوسیت هم می گویند.

ب: مهم ترین کانی آهن دار است.

ج: یکی از کانسنگ های فلز مس است.

د: همراه با پیریت و کوآرتز کانسنگ مس را تشکیل می دهند.

(۱) «د» (۲) «ج» (۳) «ب» و «ج» (۴) «الف»، «ب» و «د»

**۱۴۷- پاسخ گزینه ۱**

کالکوپیریت مهم ترین کانه کانسنگ فلز مس می باشد که این کانی همراه با کانی های باطله مثل پیریت و کوآرتز و.... کانسنگ فلز مس را تشکیل می دهند

**سوال ۱۴۸-** در مناطقی از شرق آسیا، کشاورزان برای خشک کردن دانه های ذرت از زغال سنگ

استفاده می کنند. این عمل ممکن است سبب بروز کدام بیماری در بین کشاورزان شود؟

(۱) فلورسیس (۲) دیابت (۳) میناماتا (۴) ایتای ایتای

**۱۴۸- پاسخ گزینه ۲**

حرارت ذغال سنگ سبب آزاد شدن آرسنیک و بیماری دیابت میشود.

**سوال ۱۴۹-** در قسمت هایی از کویرهای کشور ما، روی سطح زمین را رسوبات سفید رنگی پوشانیده است (شوره زار)، کدام مورد را در تشکیل این شوره زارها مؤثر تر می دانید؟

(۱) غیر قابل نفوذ بودن ماسه های کویری

(۲) رسیدن حاشیه مویینه به سطح زمین

(۳) تبخیر سریع آب حاصل از بارندگی در روز های گرم سال

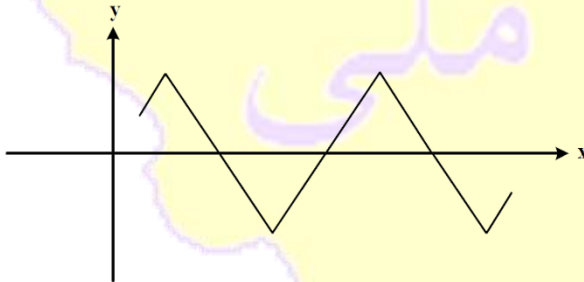
(۴) نرسیدن آب های فرو رو به منطقه اشباع به علت عمق زیاد سطح ایستایی

**۱۴۹- پاسخ گزینه ۱**

سوال از پیوند با فیزیک صفحه ۴۵ طراحی شده است اگر عمق سطح ایستایی کم باشد به طوریکه حاشیه مویینه به سطح زمین برسد بر اثر تبخیر آب املاح روی زمین باقی مانده و سبب میشود زمین به شوره زار تبدیل شود.

**سوال ۱۵۰-** در دستگاه مختصات زیر، دایره استوا به صورت فرضی، محور  $x$  در نظر گرفته شده است.

منحنی هم، مسیر عمود تابیدن نور خورشید در هنگام ظهر شرعی به زمین را نشان می دهد. در این مسیر چند باری برای کشور ما نوروز شده است؟



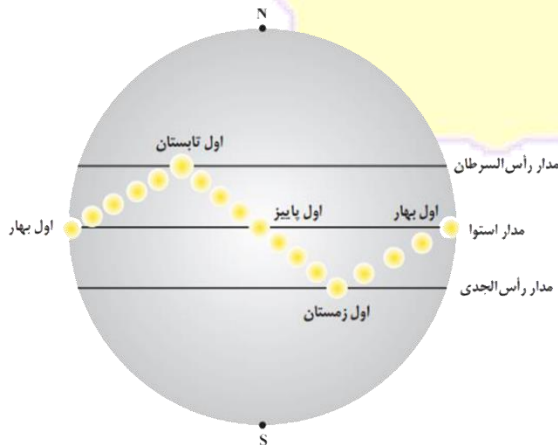
(۱) ۴

(۲) ۳

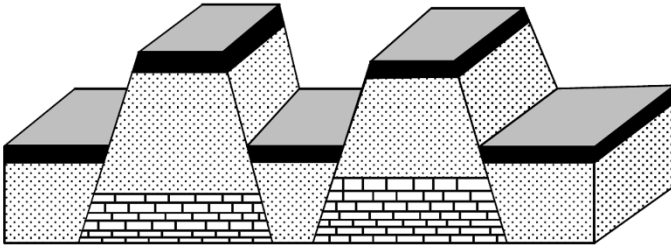
(۳) ۲

(۴) ۱

**۱۵۰- پاسخ گزینه ۴**



**سوال ۱۵۱-** برای تشکیل شکل زیر در طبیعت، کدام تنش (تنش ها) اثر گذار بوده اند؟



(۱) کششی

(۲) فشاری

(۳) فشاری و کششی

(۴) کششی، فشاری و برشی

**۱۵۱- پاسخ گزینه ۱**

گسل های شکل همگی از نوع عادی هستند که تحت تاثیر تنش کششی حاصل شده اند

**سوال ۱۵۲-**  $\frac{15}{16}$  کربن های پرتوزای زغال های چوب کنار اسکلت انسانی قدیمی مورد واپاشی قرار گرفته است. حدود چند هزار سال، از مرگ این انسان گذشته است؟

(نیمه عمر کربن پرتوزا = ۵۷۰۰ سال)

۶ (۴)

۲۳ (۳)

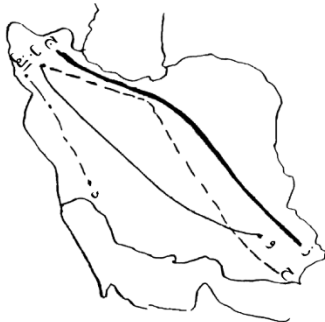
۱۱/۵ (۲)

۱۷ (۱)

**۱۵۲- پاسخ گزینه ۳**

نیمه عمر × تعداد نیمه عمر = سن پدیده :  $22800 = 4 \times 5700$

**سوال ۱۵۳-** بیشترین فعالیت های آتشفشانی، دوره کواترنری در ایران، تقریباً در امتداد کدام خط قرار دارند؟



(۲) «ج» و «ز»

(۱) «الف» و «د»

(۴) «ب» و «و»

(۳) «ب» و «ح»

**۱۵۳- پاسخ گزینه ۴**

بیشتر فعالیتهای آتشفشانی جوان، در دوره کواترنری در ایران، آتشفشانهایی هستند که در امتداد نوار ارومیه - دختر یا سهند بزمان قرار دارند.

**سوال ۱۵۴-** سرعت آب رودی به عرض ۱۲ متر و دبی  $۶۰ \frac{m^3}{s}$  برابر با  $۵ \frac{m}{s}$  است. این رود در زمانی که از زیر پلی به عرض ۶ متر عبور می کند. ارتفاع ۲۵ سانتی متر بالا می آید. سرعت آب در زیر پل چند متر بر ثانیه می شود؟

۱۲(۴)

۱۰(۳)

۸(۲)

۴(۱)

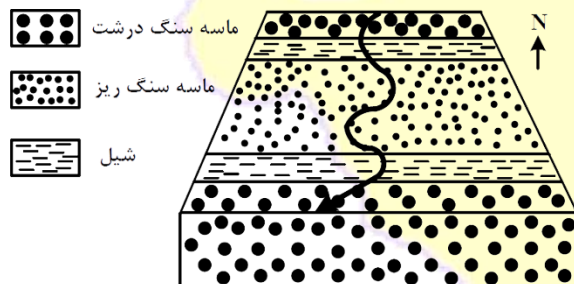
**۱۵۴- پاسخ گزینه ۲**

$$Q = A \times V \rightarrow A = \text{طول} \times \text{عرض}$$

$$\text{ارتفاع اولیه} = ۱ \text{ متر} \rightarrow A = ۱۲$$

$$V \times ۶ \times \frac{۱}{۲۵} = ۶۰ \rightarrow V_{\text{ثانویه}} = ۸$$

**سوال ۱۵۵-** در شکل زیر، روی از شمال به جنوب در دشتی همواره جریان دارد. اگر سن ماسه سنگ های درشت کمتر از ماسه سنگ های ریز باشد، این رود از روی کدام ساختار زمین شناسی عبور می کند؟



(۱) تاقدیس

(۲) ناودیس

(۳) چین تک شیب

(۴) لایه های موازی عمودی

**۱۵۵- پاسخ گزینه ۳**


در صورتی که لایه های سنگی طوری خم شوند که لایه های قدیمی تر در مرکز و لایه های جدید تر در حاشیه قرار گیرند، تاقدیس تشکیل میشود.



جهت دیدن فیلم آموزشی همه دروس به همراه جزوه آنها  
از پایه هفتم تا کنکور وارد سایت ((آموزش ملی)) شوید



**در تدریس طول سال، اساتید از پایه هفتم تا دوازدهم  
صفر تا صد مطالب را آموزش داده اند.**



**در تدریس جمع بندی، اساتید از پایه دهم تا دوازدهم  
مطالب را به صورت خلاصه و مفید تدریس کرده اند.**

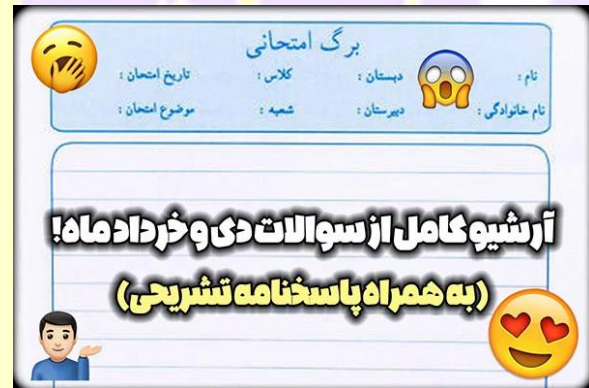
جهت دانلود دفترچه کنکور و سوالات دی و خرداد ماه به همراه پاسخنامه کاملا تشریحی آنها از  
پایه هفتم تا کنکور وارد سایت ((آموزش ملی)) شوید



دفترچه شماره ۲  
صبح پنجشنبه

آزمون سراسری ورودی دانشگاه های کشور - همه سالها  
آزمون اختصاصی به همراه پاسخنامه تشریحی  
گروه آزمایشی ریاضی، تجربی و انسانی

تعداد سوال: ۱۲۵  
مدت پاسخ گویی: ۱۷۵ دقیقه

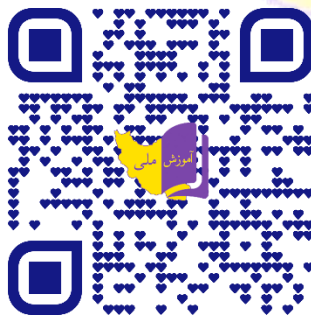


برگ امتحانی

نام :  
نام خانوادگی :  
دبستان :  
کلاس :  
تاریخ امتحان :  
موضوع امتحان :  
شعبه :  
دبیرستان :

**آرشیو کامل از سوالات دی و خرداد ماه!  
(به همراه پاسخنامه تشریحی)**

برای ورود به سایت ، نام ((آموزش ملی)) را در گوگل جستجو کنید



یا کد بالا را اسکن کنید و یا روی لینک <http://www.amoozeshmelli.com> بزنید.