



◀ بنیاد آموزش ملی از پایه هفتم تا کنکور (ارشد تا دکترا) ▶

- ✓ فیلم تدریس اساتید پروازی و بزرگ کشوری در همه دروس
- ✓ جزوه تدریس منطبق بر فیلم آموزشی همان اساتید
- ✓ دانلود فایل پی دی اف *pdf* دفترچه کنکور با پاسخنامه تشریحی در سه رشته : تجربی ، ریاضی و انسانی به صورت کاملا رایگان
- ✓ دانلود فایل *pdf* نمونه سوالات امتحانی دی و خرداد ماه با پاسخنامه تشریحی به صورت کاملا رایگان

• خدمات ارائه شده توسط بنیاد آموزش ملی:

- ۱- فیلم و جزوه تدریس همه دروس دهم، یازدهم و دوازدهم در هر سه رشته تجربی، ریاضی و انسانی توسط اساتید پروازی و بزرگ کشوری
- ۲- فیلم و جزوه تدریس همه دروس هفتم، هشتم و نهم توسط معلمین تیزهوشان به صورت کاملا رایگان در سایت و اپلیکیشن قابل استفاده است.
- ۳- فیلم و جزوه تدریس زبان تخصصی در مقطع ارشد و دکترا و همچنین آزمون استخدامی توسط استاد بزرگ کشوری صورت گرفته است.
- ۴- فیلم و جزوه آموزشی گروه آزمایشی هنر و زبان

نام آموزش ملی را به فارسی در گوگل جستجو کنید.



آموزش ملی

پاسخنامه تشریحی

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه ها و
مؤسسات آموزش عالی کشور - ۱۴۰۰

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی
آزمون اختصاصی (دفترچه شماره دو)

ملاحظات	زمان پاسخ گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
۳۵ سوال ۱۷۵ دقیقه	۸۵ دقیقه	۱۵۵	۱۰۱	۵۵	ریاضیات	۱
	۵۵ دقیقه	۲۰۰	۱۵۶	۴۵	فیزیک	۲
	۳۵ دقیقه	۲۳۵	۲۰۱	۳۵	شیمی	۳

ریاضیات

سوال ۱۰۱- اگه مجموع و حاصل ضرب ریشه های حقیقی معادله $x^4 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب X و P باشند. حاصل عبارت $2SP^2 - 3SP + 2S$ ت , کدام است؟

$59 + 7\sqrt{69}$ (۴) 50 (۳) $7 + \sqrt{69}$ (۲) $59 - 7\sqrt{69}$ (۱)

۱۰۱ پاسخ گزینه ۴

اگر $x = a$ ریشه معادله باشد, $x = -a$ نیز ریشه معادله است. پس ریشه های معادله قرینه اند, بنابراین مجموع آن ها صفر است; یعنی $S=0$.

حال دقت کنید که با فرض $x^2 = t \geq 0$ می توان معادله را به صورت زیر بازنویسی کرد :

$$t^2 - 7t - 5 = 0 \rightarrow p' = -5 < 0$$

یعنی این معادله دو ریشه مختلف علامت مانند $t_1 > 0$ و $t_2 < 0$ دارد, پس:

$$\begin{cases} x^2 = t_1 > 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{t_1} \\ x^2 = t_2 < 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow S = 0 \\ P = x_1 x_2 = \sqrt{t_1} \times (-\sqrt{t_1}) = -t_1 \Rightarrow p^2 = t_1^2 \end{cases}$$

پس باید مربع ریشه مثبت معادله (*) را بیابیم. داریم:

$$t^2 - 7t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 20}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{7 + \sqrt{69}}{2} \Rightarrow p^2 = \frac{1}{4} (49 + 69 + 14\sqrt{69}) = \frac{59 + 7\sqrt{69}}{2}$$

$2P^2 - 3SP + 2S = 59 + 7\sqrt{69} - 0 + 0 = 59 + 7\sqrt{69}$ بنابراین:

سوال ۱۰۲- فرض کنید $\log_{\frac{5}{2}}(3x-2) = 1$, مقدار x کدام است؟

$\frac{7}{3}$ (۴) 4 (۳) $\frac{17}{3}$ (۲) 9 (۱)

۱۰۲ پاسخ گزینه ۳

$$A = \left| \frac{\log 5}{\log 2} \quad \frac{\log 2}{\log 5} \right| = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2) = \log 10 \times \log \frac{5}{2} = \log \frac{5}{2}$$

ضمناً $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$; پس معادله را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\log \frac{5}{2} \times \frac{\log(3x-2)}{\log \frac{5}{2}} = 1 \Rightarrow \log(3x-2) = 1 \Rightarrow 3x-2 = 10 \Rightarrow x = 4$$

سوال ۱۰۳ - حاصل عبارت $(\log_{21}(3)) + \log_{21}(147)\log_{21}(1323)$, کدام است؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۱۰۳- پاسخ گزینه ۴

ابتدا دقت کنید که $147 = 3 \times 7^2 = \frac{21^2}{3}$ و $1323 = 3^3 \times 7^2 = 3 \times 21^2$; پس می توان نوشت:

$$\log_{21} 147 = \log_{21} \frac{21^2}{3} = \log_{21} 21^2 - \log_{21} 3 = 2 - \log_{21} 3, \log_{21} 1323 = \log_{21} 21^2 \times 3 = \log_{21} 21^2 + \log_{21} 3 = 2 + \log_{21} 3$$

بنابراین عبارت داده شده برابر است با: $(\log_{21} 3)^2 + (2 - \log_{21} 3)(2 + \log_{21} 3) = (\log_{21} 3)^2 + (4 - (\log_{21} 3)^2) = 4$

سوال ۱۰۴ - فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $\frac{((m^2-1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} > 0$, به ازای $x > \frac{3}{2}$, بازه

[۲, ۴] باشد مقدار m کدام است؟

۲(۴)

۱(۳)

صفر(۲)

-۲(۱)

۱۰۴- پاسخ گزینه ۲

در نامعادله باید \geq بیاید.

به ازای $x > \frac{3}{2}$ مخرج همواره مثبت است. وقتی جواب بازه [۲, ۴] است $x = 2$ و $x = 4$ ریشه های صورت باشند. $x = 4$ ریشه $4 - 3\sqrt{x} + 2 = 0$ است; پس $x = 2$ ریشه $(m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4 = 0$ است.

$$(m^2 - 1) \times 4 - 4m \times 2 + 4 = 0 \xrightarrow{+4} (m^2 - 1) - 2m + 1 = 0 \implies m^2 - 2m = 0 \implies m = 0, 2$$

حال دقت کنید که به ازای $m = 0$ نامعادله به صورت زیر است:

$$\frac{(-x^2 + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{3}{2}} (-x^2 + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2) \geq 0 \implies (2 - x) \frac{(2 + x)}{+} \frac{(\sqrt{x} - 1)}{+} (\sqrt{x} - 2) \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{3}{2}} 2 \leq x \leq 4$$

بنابراین $m = 0$ قابل قبول است.

دقت کنید که به ازای $m = 0$ داریم:

$$\frac{(3x^2 - 8x + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{3}{2}} (x - 2) \frac{(3x - 2)}{+} \frac{(\sqrt{x} - 1)}{+} (\sqrt{x} - 2) \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{3}{2}} x \in \left(\frac{3}{2}, 2 \right] \cup [4, +\infty]$$

پس $m = 2$ قابل قبول نیست.

سوال ۱۰۵ - اگر $\tan\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan(a) - \sin(a)}{\sin(a) - \cos(a)}$ کدام است؟

$\frac{91}{105}$ (۴)

$\frac{16}{105}$ (۳)

$-\frac{16}{105}$ (۲)

$-\frac{91}{105}$ (۱)

۱۰۵- پاسخ گزینه ۲

$$\tan a = \frac{2 \tan \frac{a}{2}}{1 - \tan^2 \frac{a}{2}} = \frac{2 \times \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{15}{16}} = \frac{8}{15} \text{ و } \sin a = \frac{2 \tan \frac{a}{2}}{1 + \tan^2 \frac{a}{2}} = \frac{2 \times \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{17}{16}} = \frac{8}{17} \text{ و } \cos a = \frac{\sin a}{\tan a} = \frac{\frac{8}{17}}{\frac{8}{15}} = \frac{15}{17}$$

$$\frac{\tan a - \sin a}{\sin a - \cos a} = \frac{\frac{8}{15} - \frac{8}{17}}{\frac{8}{17} - \frac{15}{17}} = \frac{\frac{255}{255} - \frac{16}{255}}{-\frac{7}{17}} = -\frac{16}{105}$$

سوال ۱۰۶ - اگر $f(a) = 4 \sin(a) \cos(2a) + 2 \sin(a)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{41\pi}{9}\right)$ کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$-\sqrt{3}$ (۱)

۱۰۶- پاسخ گزینه ۱

ضابطه تابع را ساده می کنیم:

$$f(a) = 4 \sin a (1 - 2 \sin^2 a) + 2 \sin a = 4 \sin a - 8 \sin^3 a + 2 \sin a = 6 \sin a - 8 \sin^3 a = 2(3 \sin a - 4 \sin^3 a)$$

می دانیم $\sin 3a = 3 \sin a - 4 \sin^3 a$ ، پس:

$$f(a) = 2 \sin 3a$$

بنابراین:

$$\Rightarrow f\left(\frac{41\pi}{9}\right) = 2 \sin \frac{41\pi}{3} = 2 \sin \left(14\pi - \frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin \left(-\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$$

سوال ۱۰۷- فرض کنید A مجموعه جواب های معادله مثلثی $(1+\cos(2a))(1+\cos(4a))(1+\cos(8a))=\frac{1}{8}$

در بازه $[0, \pi]$ باشد، ماکزیمم عضو مجموعه A کدام است؟

$\frac{8}{9}\pi(4)$

$\frac{7}{9}\pi(3)$

$\frac{6}{7}\pi(2)$

$\frac{5}{7}\pi(1)$

۱۰۷- پاسخ گزینه ۴

معادله را باز نویسی و حل می کنیم:

$$2\cos^2 a \times 2\cos^2 2a \times 2\cos^2 4a = \frac{1}{8} \Rightarrow (\cos a \cos 2a \cos 4a)^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow 8 \cos a \cos 2a \cos 4a = \pm 1$$

دقت کنید که:

$$\cos a \cos 2a \cos 4a = \frac{4}{\sin a} \frac{(\sin a \cos a)}{\sin 2a} \cos 2a \cos 4a =$$

$$\frac{2}{\sin a} \frac{(\sin 2a \cos 2a)}{\sin 4a} \cos 4a = \frac{2 \sin 4a \cos 4a}{\sin a} = \frac{\sin 8a}{\sin a}$$

پس باید دو معادله زیر را حل کنیم:

$$\langle 1 \rangle \frac{\sin 8a}{\sin a} = 1 \xrightarrow{\sin a \neq 0} \sin 8a = \sin a \Rightarrow \begin{cases} 8a = 2k\pi + a \Rightarrow a = \frac{7k\pi}{7} \\ 8a = (2k+1)\pi - a \Rightarrow a = \frac{(2k+1)\pi}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0, \pm \frac{7\pi}{7}, \pm \frac{4\pi}{9}, \pm \frac{6\pi}{9}, \dots \\ a = \pm \frac{\pi}{9}, \pm \frac{2\pi}{9}, \pm \frac{5\pi}{9}, \pm \frac{7\pi}{9}, \pm \pi, \dots \end{cases}$$

توجه کنید که $a = \pm \pi$ غیر قابل قبول است، زیرا: $\sin a \neq 0$

$$\langle 2 \rangle \frac{\sin 8a}{\sin a} = -1 \xrightarrow{\sin a \neq 0} \sin 8a = -\sin a = \sin(-a) \Rightarrow \begin{cases} 8a = 2k\pi - a \Rightarrow a = \frac{7k\pi}{9} \\ 8a = (2k+1)\pi + a \Rightarrow a = \frac{(2k+2)\pi}{7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0, \pm \frac{7\pi}{9}, \pm \frac{4\pi}{9}, \pm \frac{6\pi}{9}, \pm \frac{8\pi}{9}, \dots \\ a = \pm \frac{\pi}{7}, \pm \frac{2\pi}{7}, \pm \frac{5\pi}{7}, \pm \pi, \dots \end{cases}$$

غ ق ق

بنابراین ماکزیمم جواب معادله در بازه $[0, \pi]$ برابر $\frac{8\pi}{9}$ است.

سوال ۱۰۸ - تابع چند جمله ای درجه دوم با ضرایب طبیعی $P(x)$ مفروض است. اگر باقیمانده و خارج قسمت تقسیم $P(x)$ بر $P'(x)$ (مشتق تابع $P(x)$) به ترتیب $2x + 1$ و $\frac{1}{4}x + 1$ باشند، کمترین مقدار مجموع ضرایب $P(x)$ ، کدام است؟

۹(۴)

۷(۳)

۶(۲)

۴(۱)

۱۰۸- پاسخ گزینه ۳

با فرض $P(x) = ax^2 + bx + c$ داریم: $P'(x) = 2ax + b$; پس:

$$\frac{P(x)}{-2} \Bigg| \frac{P'(x)}{\frac{1}{4}x + 1} \Rightarrow P(x) = \left(\frac{1}{4}x + 1\right) P'(x) - 2$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = \left(\frac{1}{4}x + 1\right) (2ax + b) - 2 \Rightarrow ax^2 + bx + c = ax^2 + \left(2a + \frac{b}{4}\right)x + (b - 2)$$

پس:

$$\begin{cases} b = 2a + \frac{b}{4} \\ c = b - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4a \\ c = b - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4a \\ c = 4a - 2 \end{cases}$$

بنابراین: $P(x) = ax^2 + 4ax + (4a - 2)$. مجموع ضرایب $P(x)$ برابر است با $9a - 2 = 9a - 2$.

از آنجا که $a \in \mathbb{N}$ داریم:

$$a \geq 1 \Rightarrow 9a \geq 9 \Rightarrow 9a - 2 \geq 7 \Rightarrow P_{\min}(1) = 7$$

سوال ۱۰۹ - فرض کنید جمله صدم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با شرط $a_1 = 1$, برابر $\frac{k}{m}$ باشد.

جمله نود و هشتم دنباله, کدام است؟

(۴) $\frac{2m-k}{k-m}$

(۳) $\frac{k-m}{k-2m}$

(۲) $\frac{k-2m}{k-m}$

(۱) $\frac{k-m}{2m-k}$

۱۰۹- پاسخ گزینه ۱

جملات دنباله را می نویسیم:

$$1, 2, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}, \dots$$

ملاحظه می شود که اگر جمله ای به صورت $\frac{a}{b}$ باشد, جمله قبل از آن به صورت $\frac{a}{a-b}$ است, لذا جمله قبل از آن نیز به صورت $\frac{a-b}{2b-a}$ است.

$$a_{100} = \frac{k}{m} \Rightarrow a_{99} = \frac{m}{k-m} \Rightarrow a_{98} = \frac{k-m}{2m-k}$$

راه حل دوم:

$$a_{100} = \frac{1}{a_{99}} + 1 = \frac{1}{\frac{1}{a_{98}} + 1} + 1 = \frac{1}{\frac{1+a_{98}}{a_{98}}} + 1 = \frac{a_{98}}{1+a_{98}} + 1 = \frac{1+2a_{98}}{1+a_{98}}$$

$$\frac{1+2a_{98}}{1+a_{98}} = \frac{k}{m} \Rightarrow m+2ma_{98} = k+ka_{98} \Rightarrow (2m-k)a_{98} = k-m \Rightarrow a_{98} = \frac{k-m}{2m-k}$$

راه حل سوم:

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1 \Rightarrow a_{n+1} - 1 = \frac{1}{a_n} \Rightarrow a_n = \frac{1}{a_{n+1} - 1}$$

حال با جای گذاری $n=98$ و $n=99$ داریم:

$$a_{99} = \frac{1}{a_{100} - 1} = \frac{1}{\frac{k}{m} - 1} = \frac{m}{k-m}$$

$$a_{98} = \frac{1}{a_{99} - 1} = \frac{1}{\frac{m}{k-m} - 1} = \frac{k-m}{m-(k-m)} = \frac{k-m}{2m-k}$$

سوال ۱۱۰ - دنباله $a_n = \begin{cases} 2^k & ; n=3k \\ -2k+4 & ; n=3k+1 \\ \left[\frac{n}{k+2}\right] + a & ; n=3k+2 \end{cases}$ به ازای اعداد حسابی n , مفروض است. اگر مجموع

۱۰ جمله اول این دنباله باشد، حاصل عبارت $a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29}$ کدام است؟

۱(۴)

۲(۳)

۳(صفر)

۴(-۲)

۱۱۰- پاسخ گزینه ۱

$$a_n = \begin{cases} 2^k & n=0, 3, 6, 9; k=0, 1, 2, 3 \\ -2k+4 & n=1, 4, 7; k=0, 1, 2 \\ \left[\frac{n}{k+2}\right] + a & n=2, 5, 8; k=0, 1, 2 \end{cases}$$

$$a + a_1 + a_2 + \dots + a_9 = (a + a_3 + a_6 + a_9) + (a_1 + a_4 + a_7) + (a_2 + a_5 + a_8)$$

$$= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) + (4 + 2 + 0) + \left(\left[\frac{2}{2}\right] + a + \left[\frac{5}{3}\right] + a + \left[\frac{8}{4}\right] + a \right) = 15 + 6 + 4 + 3a = 25 + 3a \rightarrow 3a + 25 = 19 \Rightarrow a = -2$$

پس به ازای $n = 3k + 2$ داریم:

$$a_n = \left[\frac{3k+2}{k+2}\right] - 2 = \left[\frac{3(k+2)-4}{k+2}\right] - 2 = \left[3 - \frac{4}{k+2}\right] - 2 = 3 + \left[\frac{-4}{k+2}\right] - 2 = 1 + \left[\frac{-4}{k+2}\right]$$

به ازای $k = 0, 1, 2, \dots, 9$ داریم: $n = 2, 5, 8, \dots, 29$; پس:

$$a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29} = \left(1 + \frac{-4}{2}\right) + \left(1 + \frac{-4}{3}\right) + \left(1 + \frac{-4}{4}\right) + \left(1 + \frac{-4}{5}\right) + \left(1 + \frac{-4}{6}\right) + \left(1 + \frac{-4}{7}\right) + \left(1 + \frac{-4}{8}\right) +$$

$$\left(1 + \frac{-4}{9}\right) + \left(1 + \frac{-4}{10}\right) + \left(1 + \frac{-4}{11}\right) = (1-2) + (1-2) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) = -2$$

سوال ۱۱۱ - فرض کنید برد تابع $f(x) = 2\sqrt{9\cos^2(x)-1} - 2\sqrt{1-9\cos^2(x)}$ به صورت $[a, b]$ باشد. مقدار $b-a$, کدام است؟

$\frac{21}{4}$ (۴)

$\frac{9}{2}$ (۳)

$\frac{15}{4}$ (۲)

$\frac{9}{4}$ (۱)

۱۱۱- پاسخ گزینه ۴

ابتدا دقت کنید که:

$$-1 \leq \cos x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 9\cos^2 x \leq 9 \Rightarrow -1 \leq 9\cos^2 x - 1 \leq 8$$

$$\Rightarrow -1 \leq \sqrt{9\cos^2 x - 1} \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 2\sqrt{9\cos^2 x - 1} \leq 4$$

ضمناً:

$$2\sqrt{\cos^2 x - 1} = (2\sqrt{\cos^2 x}) - 1$$

پس با تغییر متغیر $2\sqrt{\cos^2 x - 1}$ باید برد تابع $y = t - \frac{1}{t}$ $\frac{1}{2} \leq t \leq 4$ را بیابیم. تابع پیوسته است و داریم: $y' = 1 + \frac{1}{t^2} > 0$. پس تابع اکیدا صعودی است و داریم:

$$\begin{cases} y_{\min} = y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2} \\ y_{\min} = y(4) = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4} \end{cases} \Rightarrow R_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right] \Rightarrow a = -\frac{3}{2}, b = \frac{15}{4} \Rightarrow b-a = \frac{15}{4} + \frac{3}{2} = \frac{21}{4}$$

سوال ۱۱۲ - دامنه تغییرات تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{6+\sqrt{|x|-|x|}}}$ کدام است؟

- (۱) $(-۹, ۹)$ (۲) $(-۴, ۹)$ (۳) $(۴, ۹)$ (۴) $(-۴, ۴)$

۱۱۲- پاسخ گزینه ۱

لازم است عبارت الگاریتم مثبت باشد:

$$\frac{1}{6+\sqrt{|x|-|x|}} > 0 \Rightarrow 6+\sqrt{|x|-|x|} > 0$$

با فرض $\sqrt{|x|} = t \geq 0$ داریم: $6+t-t^2 > 0 \Rightarrow t^2-t-6 < 0 \Rightarrow (t+2)(t-3) < 0 \Rightarrow -2 < t < 3 \xrightarrow{t \geq 0} 0 \leq t < 3$

پس باید: $0 \leq \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow 0 \leq |x| < 9 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9 \Rightarrow D = (-9, 9)$

همواره برقرار

سوال ۱۱۳ - نمودار منحنی $y = \sqrt{4-x}$ را k واحد در راستای قائم و $2-k$ واحد در جهت افقی چنان انتقال

می دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می دهیم. طول نقطه برخورد منحنی به دست آمده با محور x ها، کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۱۳- پاسخ گزینه ۳

تابع حاصل از انتقال k واحد در روستا قائم و $2-k$ واحد در جهت افقی بر روی $y = \sqrt{4-x}$ را تابع $g(x) = y$ می نامیم. تابع g وارونش را در نقطه ای به عرض ۱ قطع کرده و با فرض این که نقطه برخورد تابع و وارونش بر روی $y = x$ قرار دارد پس $g(1) = 1$. حال اگر تابع g را یکواحد با پایین انتقال دهیم تابع $h(x)$ حاصل می شود. یعنی: $h(x) = g(x) - 1$

$$x=1 \Rightarrow h(1) = g(1) - 1 = 1 - 1 = 0 \Rightarrow h(1) = 0$$

پس تابع h در $x = 1$ محور x ها را قطع می کند.

سوال ۱۱۴ - فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$. تعداد عناصر مجموعه نقاطی

که $f \circ g$ یا $g \circ f$ در آن ها مشتق پذیر نیست، کدام است؟

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

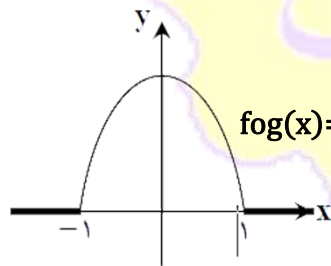
۱۱۴- پاسخ گزینه ۳

ضابطه تابع $g \circ f$ را می یابیم.

$$\begin{cases} x < -1 \Rightarrow f(x) = -1 \Rightarrow g \circ f(x) = g(-1) = 0 \\ -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow f(x) = x \Rightarrow g \circ f(x) = g(x) = 1 - x^2 \\ x > 1 \Rightarrow f(x) = 1 \Rightarrow g \circ f(x) = g(1) = 0 \end{cases}$$

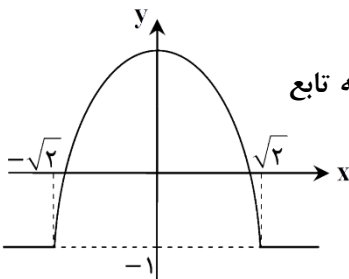
پس نمودار تابع $g \circ f$ چنین است:

تابع $g \circ f$ در نقاط مجموعه $A = \{\pm 1\}$ مشتق ناپذیر و در سایر نقاط مشتق پذیر است. حال ضابطه تابع $f \circ g$ را می یابیم:



$$f \circ g(x) = f(1 - x^2) = \begin{cases} -1 & 1 - x^2 < -1 \Rightarrow x^2 > 2 \Rightarrow x < -\sqrt{2} \vee x > \sqrt{2} \\ 1 - x^2 & -1 \leq 1 - x^2 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \\ 1 & 1 - x^2 > 1 \Rightarrow x^2 < 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

پس نمودار تابع $f \circ g$ چنین است:

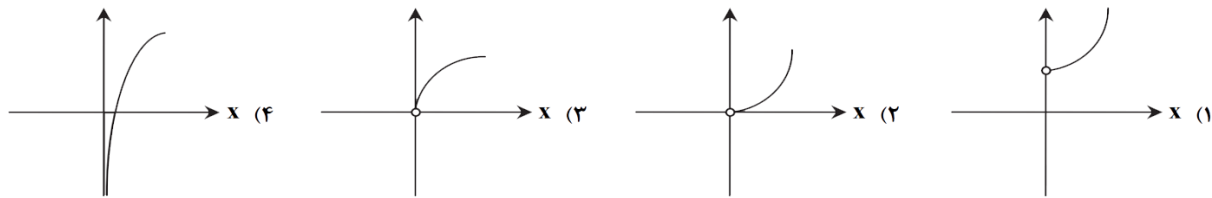


این تابع در نقاط مجموعه $B = \{\pm\sqrt{2}\}$ مشتق ناپذیر است؛ پس مجموعه نقاطی که تابع

$g \circ f$ یا $f \circ g$ در آن ها مشتق ناپذیر است، مجموعه ۴ عضوی زیر است:

$$A \cup B = \{-\sqrt{2}, -1, 1, \sqrt{2}\}$$

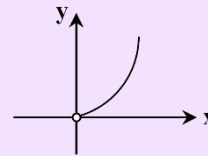
سوال ۱۱۵ - نمودار تابع $f(x) = 9^{\log_2 x}$ کدام است؟



۱۱۵ - پاسخ گزینه ۲

می دانیم $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$; پس ضابطه تابع f با دامنه $D_f = (0, +\infty)$ به صورت زیر قابل باز نویسی است:

$$f(x) = x^{\log_2 9} = x^2 \quad x > 0$$



که نمودار آن چنین است:

راه دوم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 9^{+\infty} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 9^{+\infty} = +\infty$$

پس گزینه ۲ پاسخ است.

سوال ۱۱۶ - فرض کنید $a = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^2(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1)}{(1 - \cos(\sqrt{2x}))^n}$ مقدار $a + n$ کدام است؟

$\frac{17}{4}$ (۴)

$\frac{15}{4}$ (۳)

$\frac{9}{4}$ (۲)

$\frac{7}{4}$ (۱)

۱۱۶- پاسخ گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^2(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1)}{(1 - \cos(\sqrt{2x}))^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1)^2}{(2 \sin^2 \frac{\sqrt{2x}}{2})^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}})^2}{(2(\frac{\sqrt{2x}}{2})^2)^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{1})^2}{(2 \times \frac{x}{2})^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1-\sqrt{1-x^2})^2}{x^n}$$

$$1 - \sqrt{1-x^2} = (1 - \sqrt{1-x^2}) \times \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{1 + \sqrt{1-x^2}} = \frac{1 - (1-x^2)}{1 + \sqrt{1-x^2}} = \frac{x^2}{1 + \sqrt{1-x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\frac{x^2}{1 + \sqrt{1-x^2}})^2}{x^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\frac{x^2}{2})^2}{x^n} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2}{x^n}$$

برای آنکه حاصل حد موجود و عددی مخالف صفر باشد باید $n = 4$ و در این صورت حاصل حد برابر $a = \frac{1}{4}$ است و داریم $a + n = \frac{17}{4}$

توجه: به ازای $n < 4$ حاصل حد موجود و برابر $a = 0$ است؛ لذا باید در سوال قید شود $a \neq 0$. سوال بی اشکال نیست.

سوال ۱۱۷ - مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{10x - 5 + \lfloor \frac{3}{x^2} \rfloor}{16x - \lfloor \frac{2}{x^2} \rfloor}$ کدام است؟

$+\infty$ (۴)

$\frac{5}{8}$ (۳)

صفر (۲)

$-\infty$ (۱)

۱۱۷- پاسخ گزینه ۱

وقتی $x \rightarrow \frac{1}{2}^-$ ، در یک همسایگی چپ $x = \frac{1}{2}$ داریم:

$$x < \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2} < 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x^2} < 12 \\ \frac{2}{x^2} > -8 \end{cases}$$

پس میتوان حد را به صورت زیر بازنویسی و حل کرد:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{1}{2} = -\infty$$

سوال ۱۱۸ - تابع $f(x) = \frac{ax^3 - bx^2 + 2}{ax^3 - bx^2 + 2}$ در دو نقطه ناپیوسته و فقط دو مجانب موازی با محورهای مختصات دارد. مقدار a و b کدام اند؟

$$a = -8, b = -6 \quad (4) \quad a = -2, b = 0 \quad (3) \quad a = 8, b = 10 \quad (2) \quad a = c, b = 2 \quad (1)$$

۱۱۸- پاسخ گزینه ۱

تابع تنها در ریشه های مخرج ناپیوسته است؛ پس باید مخرج دقیقاً دو ریشه داشته باشد. در این صورت مخرج چنین است:

$$ax^2 - bx + 2 = a(x-m)(x-n)^2$$

از طرفی تابع دو مجانب دارد. اگر $a = 0$ باشد داریم $f(x) = \frac{-bx^2 + 2}{-bx + 2}$ که هم با شرط بالا ناسازگار است و هم تابع دو مجانب موازی محورهای مختصات ندارند؛ پس $a \neq 0$ (۱ نادرست است). در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^3 - bx^2 + 2}{ax^3 - bx^2 + 2} = 1 \Rightarrow y=1 \quad \text{مجانب افقی:}$$

پس باید تابع علاوه بر این مجانب فقط یک مجانب داشته باشد که آن مجانب هم قائم است. بنابراین لازم است صورت عامل $x - m$ و یا عامل $(x - n)^2$ داشته باشد تا از ضابطه فقط یک مجانب قائم حاصل شود ببینید:

$$f(x) = \frac{a(x-m)(x^2 + km + 1)}{a(x-m)(x-m)^2} \Rightarrow x=n \quad \text{مجانب قائم:}$$

$$f(x) = \frac{a(x-n)^2(x-t)}{a(x-n)^2(x-m)} \Rightarrow x=m \quad \text{مجانب قائم:}$$

پس صورت و مخرج ریشه مشترک دارند. این ریشه را x_0 می نامیم:

$$\begin{cases} ax_0^3 - bx_0^2 + 2 = 0 \\ ax_0^3 - bx_0 + 2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{از هم کم میکنیم}} bx_0^2 - bx_0 = 0 \Rightarrow bx_0(x_0 - 1) = 0$$

اگر $b = 0$ مخرج نمیتواند دو ریشه داشته باشد. $x_0 = 0$ هم نمی تواند ریشه صورت و مخرج باشد؛ پس:

$$bx_0(x_0 - 1) = 0 \xrightarrow[b_0 \neq 0]{x_0 \neq 0} x_0 - 1 = 0 \Rightarrow x_0 = 1$$

بنابراین $x = 1$ ریشه صورت و مخرج است و داریم:

$$a - b + 2 = 0 \Rightarrow b = a + 2$$

$$ax^3 - bx^2 + 2 = ax^3 - (a+2)x^2 + 2 = ax^3 - ax^2 - 2x^2 + 2 = ax^2(x-1) - 2(x-1)(x+1) = (x-1)(ax^2 - 2x - 2)$$

$$ax^3 - bx^2 + 2 = ax^3 - (a+2)x + 2 = ax^3 - ax - 2x + 2 = ax(x-1)(x+1) - 2(x-1) = (x-1)(ax^2 - ax - 2)$$

بنابراین:

$$f(x) = \frac{(x-1)(ax^2 - 2x - 2)}{(x-1)(ax^2 + ax - 2)} = \frac{ax^2 - 2x - 2}{ax^2 + ax - 2}$$

با توجه به آنچه در ابتدا حل گفتیم یا باید صورت و مخرج عامل $(x-1)^2$ داشته باشند که در این صورت باید $ax^2 - 2x - 2$ و $ax^2 + ax - 2$ بر $x-1$ بخش پذیر باشند و این نشدنی است و یا باید $ax^2 + ax - 2$ مربع کامل باشد. در این صورت:

$$\Delta = a^2 + 4a = 0 \Rightarrow a = 0, -4 \xrightarrow{a \neq 0} a = -4 \xrightarrow{b = a + 2} b = -2$$

توجه: می توانیم به جای به دست آوردن a و b گزینه ها را بررسی می کنیم.

سوال ۱۱۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{(a^2x^2-1)(a^4x^4-1)\dots(a^{100}x^{100}-1)}}{a^{49}x^{k-1}} = -1$ انگاه مقادیر a و k کدام اند؟

(۱) $k=51, a=-1$ (۲) $k=51, a=1$ (۳) $k=49, a=-1$ (۴) $k=49, a=1$

۱۱۹- پاسخ گزینه ۲

وقتی $x \rightarrow -\infty$ توان های بیشتر موثرند؛ بنابراین حد را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a^2x^2 \times a^4x^4 \times \dots \times a^{100}x^{100}}{a^{49}x^{k-1}}}}{a^{49}x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{(ax)^{2+4+\dots+100}}}{a^{49}x^k}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{(ax)^{50 \times 51}}}{a^{49}x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax|^{51}}{a^{49}x^k}$$

چون حاصل حد فوق یک عدد متناهی غیر صفر است $k=51$ ، در این صورت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax|^{51}}{a^{49}x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a|^{51}|x|^{51}}{a^{49}x^{51}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a|^{49} \times |a|^2(-x)^{51}}{a^{49}x^{51}} = a^2 \left(\frac{|a|}{a}\right)^{49}$$

حاصل عبارت بالا عددی منفی است پس باید $a > 0$ و در این صورت:

$$-a^2 = -1 \Rightarrow a = \pm 1 \xrightarrow{a > 0} a = 1$$

سوال ۱۲۰- فرض کنید $f(x) = \cos^2(2x) + ax^2 + b$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x} = 2$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ ، مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) -۸

۱۲۰- پاسخ گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \cos^2 2x \times (-\sin 2x) \times 2 + 2ax}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \times 1 \times (-2x) \times 2 + 2ax}{x} = -12 + 2a \rightarrow -12 + 2a = 2 \Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7$$

در $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ حاصل حد مخرج صفر و حاصل حد متناهی است؛ پس باید حد صورت هم صفر باشد در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos^2 2x + 7x^2 + b) = 1 + 0 + b = 0 \Rightarrow b = -1 \rightarrow a + b = 6$$

سوال ۱۲۱ - خطوط مماس بر منحنی تابع $f(x) = |\sin(2x)| + 1$ را در نقطه ای به طول $x=0$ رسم می کنیم. اگر A و B به ترتیب نقاط برخورد خطوط مماس با نیمساز ربع دوم و چهارم باشند طول پاره خط AB کدام است؟

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (2)$$

(۱) صفر

۱۲۱ پاسخ گزینه ۳

تابع پیوسته بوده و در یک همسایگی $x=0$ داریم:

$$f(x) = \begin{cases} -\sin 2x + 1 & x < 0 \\ \sin 2x + 1 & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -2 \cos 2x & x < 0 \\ 2 \cos 2x & x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_-(0) = -2 \\ f'_+(0) = 2 \end{cases}$$

شیب نیم مماس های چپ و راست بر منحنی در نقطه $(0,1)$ به ترتیب برابر -2 و 2 است؛ پس معادلات آن ها چنین است:

$$\text{نیم مماس چپ: } y-1 = -2(x-0) \Rightarrow y = -2x+1$$

$$\text{نیم مماس راست: } y-1 = 2(x-0) \Rightarrow y = 2x+1$$

محل تلاقی این دو خط را با نیمساز ربع دوم و چهارم $y = -x$ می یابیم:

$$\begin{cases} y = -2x+1 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -x = -2x+1 \Rightarrow x=1 \Rightarrow A(1, -1)$$

$$\begin{cases} y = 2x+1 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -x = 2x+1 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow B(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$$

$$AB = \sqrt{(1 + \frac{1}{3})^2 + (-1 - \frac{1}{3})^2} = \sqrt{2 \times (\frac{4}{3})^2} = \frac{4}{3} \sqrt{2}$$

سوال ۱۲۲- کدام عبارت برای تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2-1}}$ درست است؟

(۱) تابع f در بازه $(0,1) \cup (1, \infty)$ صعودی است.

(۲) تابع f در بازه های $(0,1)$ و $(1, \infty)$ صعودی است.

(۳) تابع f در بازه $(1, \infty)$ صعودی و در بازه $(0,1)$ نزولی است.

(۴) تابع f در بازه $(1, \infty)$ نزولی و در بازه $(0,1)$ صعودی است.

۱۲۲- پاسخ گزینه ۲

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2-1}} \Rightarrow f'(x) = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2-1}} \times \left(\frac{-1}{3}\right) (x^2-1)^{-\frac{4}{3}} \times 2x = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{x}{(x^2-1)^{\frac{4}{3}}} > 0$$

چون $x > 0$ مشتق همواره مثبت است؛ پس تابع در بازه هایی که مشتق پذیر است اکیدا صعودی است.

$D_f = [0, +\infty) - \{1\}$ و تابع در $x=0, 1$ مشتق ناپذیر است؛ پس تابع در بازه های $0, 1$ و $(1, +\infty)$ اکیدا صعودی است دقت کنید که تابع در $x=1$ مجانب قائم دارد و در دو طرف آن تعریف شده است؛ پس نمی تواند روی بازه $(0,1) \cup (1, +\infty)$ صعودی باشد.

سوال ۱۲۳- در بازه هایی که تابع $f(x) = \frac{x^6}{x^2-8}$ در آن ها اکیدا نزولی است را در نظر بگیرید منبم

طول این بازه ها کدام است؟

(۱) $2(\sqrt[3]{4}-1)$ (۲) $\sqrt[3]{4}-1$ (۳) $2\sqrt[3]{4}$ (۴) $2(\sqrt[3]{4}-1)$

۱۲۳- پاسخ گزینه ۴

باید بازه هایی را بیابیم که در آن ها $f'(x) \leq 0$.

$$f(x) = \frac{x^6}{x^2-8} \Rightarrow f'(x) = \frac{6x^5(x^2-8) - 2x^6}{(x^2-8)^2} = \frac{x^5 - 32x^3}{(x^2-8)^2} \leq 0$$

$$x \neq 2 \Rightarrow x^5 - 32x^3 \leq 0 \Rightarrow x^3(x^2 - 32) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq \sqrt[3]{32}, x \neq 2$$

از آنجا که $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ است تابع در $x=2$ تعریف نشده (مجانب قائم) و مشتق ناپذیر است؛ پس تابع در بازه های $(0,1)$ و $(2, \sqrt[3]{32})$ اکیدا نزولی است. طول اول برابر $2-0=2$ تعریف نشده و در طول بازه دوم برابر است با:

$$\sqrt[3]{32} - 2 = \sqrt[3]{8 \times 4} - 2 = 2\sqrt[3]{4} - 2 = 2(\sqrt[3]{4} - 1) < 2$$

پس طول بازه مطلوب دومی است.

سوال ۱۲۴- فرض کنید A و B نقاط اکسترمم تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 12x + 1$ باشند. چند نقطه روی منحنی f وجود دارد که خطوط مماس بر آن ها موازی پاره خط AB است؟

۳(۴)

۲(۳)

۱(۲)

۱) صفر

۱۲۴- پاسخ گزینه ۳

نقاط اکسترمم تابع را می یابیم:

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 12x + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = -1, 2$$

تابع در این دو نقطه بحرانی دارای اکسترمم نسبی است:

$$f(-1) = -2 - 3 + 12 + 1 = 8 \Rightarrow A(-1, 8)$$

$$f(2) = 16 - 12 + 24 + 1 = 29 \Rightarrow B(2, 29)$$

پس شیب خط AB برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{29 - 8}{2 - (-1)} = \frac{21}{3} = 7$$

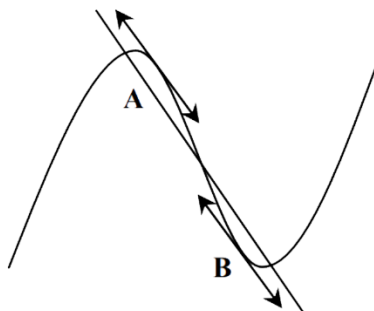
باید نقاطی را بیابیم که در آن ها $f'(x) = 7$ است:

$$6x^2 - 6x - 12 = 7 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 19 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

معادله دو ریشه حقیقی دارد: پس تعداد نقاط مطلوب دو است.

راه حل دوم:

نمودار تابع مطابق شکل روبه رو است. واضح است که در دو نقطه منحنی می توان مماس رسم کرد: به طوری که مماس با خط AB موازی باشد.



سوال ۱۲۵ - ارزش گزاره $(q \vee r) \Rightarrow P$ درست است. احتمال این که ارزش گزاره r نادرست باشد

کدام است؟

$$\frac{2}{3}(4)$$

$$\frac{4}{7}(3)$$

$$\frac{1}{2}(2)$$

$$\frac{2}{7}(1)$$

۱۲۵- پاسخ گزینه ۱

$$p \Rightarrow (q \vee r)$$

د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

$$\rightarrow n(S) = 7$$

اینکه گزاره r نادرست باشد یکی از سه حالت زیر است:

$$p \Rightarrow (q \vee r)$$

د	د	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

$$\rightarrow n(A) = 3$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{7}$$

سوال ۱۲۶- فرض کنید $U=A \cup B$ مجموعه مرجع و $C=(A-B) \cup (B-A)$. اگر $((A'-B)' \cap C)'$ کدام عبارت درست است؟

A-B(۴)

$A \subseteq B$ (۳)

$A \cap B = \emptyset$ (۲)

$B \subseteq A$ (۱)

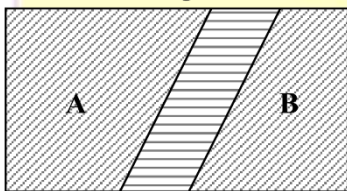
۱۲۶- پاسخ گزینه ۱

$$A \cup B = U \Rightarrow A' \cap B' = U' \Rightarrow A' \cap B' = \emptyset (*)$$

$$C = (A - B) \cup (B - A) \Rightarrow C' = (A - B)' \cap (B - A)'$$

به کمک نمودار ون رابطه بالا واضح است:

$$(A - B)' = B \quad U$$



$$(B - A)' = A$$

$$C' = B \cap A (**)$$

حال به سراغ رابطه سوم می رویم:

$$B = [(A' - B)' \cap C]' = [(A' \cap B')' \cap C]' = [(\emptyset)' \cap C]' = (U \cap C)' = C' = A \cap B \Rightarrow A \cap B = B \Rightarrow B \subseteq A$$

سوال ۱۲۷ - برای هر عدد طبیعی n داریم $n! = 2^{a_1} \times 3^{a_2} \times 5^{a_3} \times \dots$ مقدار $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ به ازای $n=2$ کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۶ (۳)

۳۲ (۲)

۲۸ (۱)

۱۲۷ - پاسخ گزینه ۳

برای محاسبه توان های عامل اول P در $n!$ از فرمول زیر استفاده می کنیم: $\left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^3} \right\rfloor + \dots$ = توان عدد اول P اینک هر یک از توان های عوامل 2 تا 19 را حساب می کنیم:

$$2 \text{ توان} = \left\lfloor \frac{20}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{20}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{20}{8} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{20}{16} \right\rfloor = 10 + 5 + 2 + 1 = 18, \quad 3 \text{ توان} = \left\lfloor \frac{20}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{20}{9} \right\rfloor = 6 + 2 = 8$$

$$5 \text{ توان} = \left\lfloor \frac{20}{5} \right\rfloor = 4 \quad 7 \text{ توان} = \left\lfloor \frac{20}{7} \right\rfloor = 2 \rightarrow \left\lfloor \frac{20}{11} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20}{13} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20}{17} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20}{19} \right\rfloor = 1$$

بنابراین داریم: $\sum_{i=1}^{\infty} a_i = 18 + 8 + 4 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 36$

سوال ۱۲۸ - در جدول فراوانی داده های زیر مقدار میانه برابر $13/5$ و اختلاف چاک اول و سوم 17 است. به هر یک از داده های جدول 4 واحد اضافه می کنیم. واریانس جدول جدید کدام است؟

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۰	۳۱
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۱	۵
	۷۲/۵ (۴)		۷۲ (۳)			۷۱/۵ (۲)	۷۱ (۱)

۱۲۸ - پاسخ گزینه ۳

از روی جدول واضح است که میانه برابر $13/5$ است.

اگر $a > 31$ تفاضل چارک اول و سوم از روی جدول می شود 18 و برای آنکه 17 شود باید $a = 30$ باشد پس جدول به صورت زیر تغییر می کند.

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۰	۳۱
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۱	۵

$$\bar{x} = \frac{33 + 24 + 78 + 42 + 56 + 30 + 155}{22} = \frac{418}{22} = 19$$

$$\sigma^2 = \frac{3(11-19)^2 + 2(12-19)^2 + 6(13-19)^2 + 3(14-19)^2 + 2(28-19)^2 + 1(30-19)^2 + 5(31-19)^2}{22} =$$

$$\frac{192 + 98 + 216 + 75 + 162 + 121 + 720}{22} = \frac{1584}{22} = 72$$

دقت شود که با افزودن مقداری ثابت به داده ها واریانس تغییری نمی کند.

سوال ۱۲۹- برای دانش آموزان یک شهر از مقطع ابتدایی تا کلاس دوازدهم یک عدد پنج رقمی به صورت زیر اختصاص می یابد؛ دو رقم اول سمت راست نمایش پایه تحصیلی (از ۰ تا ۱۲) دو رقم دومنمایش سن (از ۰ تا ۱۸) و رقم پنجم جنسیت (پسر ۰ و دختر ۱). سپس اعداد را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می دهیم . سن صدمین عضو مجموعه کدام است؟ (ممکن است عدد پنج رقمی مورد نظر به هیچ فردی اختصاص نیابد ولی در محاسبه شمرده شود).

۱۶(۴)

۱۵(۳)

۱۴(۲)

۱۳(۱)

۱۲۹- پاسخ گزینه ۳

شماره گذاری به صورت زیر است:

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱	۰	۷	۰	۱
۲	۰	۸	۰	۲
	۰	۹	۰	۳
	۰	۰	۰	۴
	۱	۱	۰	۵
	۱	۲	۰	۶
	۱	۳	۰	۷
	۱	۴	۰	۸
	۱	۵	۰	۹
	۱	۶	۱	۰
	۱	۷	۲	۱
	۱	۸	۱	۲

طبیعتاً اولویت شماره گذاری به جهت اینکه $۱ < ۲$ با پسرهاست. پس اگر تا سن ۱۴ سالگی پسرها را بشماریم از ۰ تا ۱۴ تعداد ۸ حالت و از پایه ۰ تا ۱۲ پایه داریم که می شود: $۱۲ \times ۸ = ۹۶$

حال باید ۴ عضو دیگر جلو برویم تا به عضو صدم برسیم که واضح است که عضو صدم ۱۵ سال دارد:

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۹۷	۱	۱	۰	۵	۰	۱
۹۸	۱	۱	۰	۵	۰	۲
۹۹	۱	۱	۰	۵	۰	۳
۱۰۰	۱	۱	۰	۵	۰	۴

سوال ۱۳۰- هر یک از اعداد ۱ تا ۲۱ را روی یک کارت می نویسیم و در یک کیسه قرار می دهیم. سپس دو کارت به تصادف و به ترتیب از کیسه خارج کرده و کنار یکدیگر قرار می دهیم تا عدد جدیدی حاصل شود. اعداد تشکیل شده از همه حالت های ممکن را در مجموعه A قرار می دهیم یک عدد از مجموعه A انتخاب میکنیم. احتمال این که عدد انتخابی بر ۶ بخش پذیر باشد کدام است؟

$$\frac{۶۷}{۴۱۷}(۴)$$

$$\frac{۱۱}{۷۰}(۳)$$

$$\frac{۶۵}{۴۱۷}(۲)$$

$$\frac{۱۳}{۸۴}(۱)$$

۱۳۰- پاسخ گزینه ۲

فقط نمونه ای به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\left. \begin{array}{l} ۲۱ \times ۲۰ = ۴۲۰ = \text{اعداد خروجی} \\ \left. \begin{array}{l} (۱۱,۱) | (۱۱,۲) | \dots | (۱۱,۹) \\ (۱,۱۱) | (۱,۱۲) | \dots | (۱,۱۹) \\ (۲۱,۱) | (۲۱,۲) | \dots | (۲۱,۹) \\ (۲,۱۱) | (۲,۱۲) | \dots | (۲,۱۹) \\ (۲۱,۹) | (۲۱,۹) \\ (۲,۱۹) | (۲,۱۹) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{عدد ۹} \\ \left. \begin{array}{l} (۲۱,۱) | (۲۱,۲) | \dots | (۲۱,۹) \\ (۲,۱۱) | (۲,۱۲) | \dots | (۲,۱۹) \\ (۲۱,۹) | (۲۱,۹) \\ (۲,۱۹) | (۲,۱۹) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{عدد ۹} \\ \left. \begin{array}{l} (۲۱,۹) | (۲۱,۹) \\ (۲,۱۹) | (۲,۱۹) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{عدد ۱} \end{array} \right\} \Rightarrow n(S) = ۴۲۰ - ۱۹ = ۴۰۱$$

حالا بین این اعداد مضرب ۶ عبارتند از اعداد زوجی که مجموع ارقامشان بر ۳ بخش پذیر است.

- حالت ۱: عدد ۷ $\Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow ۳k+۱$
- حالت ۲: عدد ۷ $\Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow ۳k+۲$
- حالت ۳: عدد ۷ $\Rightarrow k=۱$ تا $k=۷ \Rightarrow ۳k$
- حالت ۴: عدد ۷ $\Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow ۳k+۱$
- حالت ۵: عدد ۷ $\Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow ۳k+۲$
- حالت ۶: عدد ۷ $\Rightarrow k=۱$ تا $k=۷ \Rightarrow ۳k$
- حالت ۷: عدد ۷ $\Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow ۳k+۱$
- حالت ۸: عدد ۷ $\Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow ۳k+۲$
- حالت ۹: عدد ۷ $\Rightarrow k=۱$ تا $k=۷ \Rightarrow ۳k$
- حالت ۱۰: عدد ۷ $\Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow ۳k+۱$

مجموعاً ۷۰ حالت شد اما دقت کنید که در رقم یکسان ۴ عدد و ۱۱۴ در دو حالت ۲ و ۷ و در رقم یکان ۶ عدد ۲۱۶ در دو حالت ۳ و ۸ وجود دارد که یک بار باید حساب شود. پس تا اینجا $۶۸ - ۲ = ۷۰$ عدد شد؛ از طرفی اعداد ۶۶ و ۱۲۱ و ۱۸۱۸ به دلیل از کنار هم قرار گیری ۲ عدد یکسان وجود ندارند بنابراین تعداد اعداد خواسته شده با شرایط مطلوب برابر با:

$$n(A) = ۶۸ - ۳ = ۶۵ \rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶۵}{۴۰۱}$$

سوال ۱۳۱ - تعداد اعداد پنج رقمی مضرب ۱۸ که مربع کامل هستند. کدام است؟ $(\sqrt{10} \cong 3/16)$

۳۸(۴)

۳۷(۳)

۳۶(۲)

۳۵(۱)

۱۳۱- پاسخ گزینه ۲

ابتدا مربع کامل و مضرب ۱۸ به فرم $2^2 \times 3^2 \times K^2$ هستند که اگر بخواهیم پنج رقمی باشند باید داشته باشیم:

$$10000 \leq 2^2 \times 3^2 \times K^2 \leq 99999 \xrightarrow{\div 36} 277.7 \leq K^2 \leq 2777.7 \xrightarrow{\text{جذر}} 17 \leq K \leq 52 \Rightarrow \text{تعداد } K = 52 - 17 + 1 = 36$$

سوال ۱۳۲ - تعداد مقسوم علیه ها مثبت عدد صحیح $x = 2^m \times 5^n$ از تعداد مقسوم علیه های مثبت

صحیح $\frac{x}{40}$ ، ۱۲ واحد بیشتر است. حداقل مقدار x کدام است؟

۱۲۸۰(۴)

۱۰۰۰(۳)

۸۰۰(۲)

۶۴۰(۱)

۱۳۲- پاسخ گزینه ۲

نکته: اگر عدد N را به عوامل اول به صورت $P_1^{a_1} P_2^{a_2} P_3^{a_3} \dots P_n^{a_n}$ تجزیه کنیم تعداد مقسوم علیه های مثبت آن برابر است با:

$$(a_1+1)(a_2+1)(a_3+1) \dots (a_n+1)$$

بنابراین داریم: $x = 2^m \times 5^n \Rightarrow$ تعداد مقسوم علیه های مثبت $= (m+1)(n+1)$

$$\frac{x}{40} = \frac{2^m \times 5^n}{2^3 \times 5} = 2^{m-3} \times 5^{n-1}$$

تعداد مقسوم علیه های مثبت $= (m-2)(n)$

$$(m+1)(n+1) = n(m-2) + 12 \Rightarrow nm + m + n + 1 = nm - 2n + 12 \Rightarrow m + 3n = 11$$

دقت کنید که برای صحیح بودن عدد $\frac{x}{40}$ باید $m \geq 3$ و $n \geq 1$ باشد پس با حدس و آزمایش خواهیم داشت:

$$m + 3n = 11 \Rightarrow \begin{cases} m=5 \\ n=2 \end{cases} \Rightarrow x_{\min} = 2^5 \times 5^2 = 32 \times 25 = 800$$

سوال ۱۳۳ - میانگین بزرگترین و کوچکترین عدد سه رقمی به صورت \overline{aba} که مضرب عدد ۱۲ باشند

کدام است؟

۵۷۴(۴)

۵۷۰(۳)

۵۴۰(۲)

۳۴۸(۱)

۱۳۳- پاسخ گزینه ۳

$$\overline{aba} \equiv 0 \pmod{12} \Rightarrow a+10b+100a \equiv 0 \pmod{12} \Rightarrow 101a+10b \equiv 0 \pmod{12} \xrightarrow{(\div 5)} a+2b \equiv 0 \pmod{12}$$

حال برای پیدا کردن کوچکترین عدد بایستی a کمترین مقدار باشد. با توجه به اینکه $2b$ زوج است a نمی تواند ۱ باشد پس حداقل a باید ۲ باشد:

$$a=2 \Rightarrow 2+2b \equiv 0 \pmod{12} \Rightarrow 2b \equiv -2 \pmod{12} \xrightarrow{(\div 2)} b \equiv -1 \pmod{6} \Rightarrow b=5$$

پس کمترین عدد $\overline{aba}=254$ است.

و برای آنکه \overline{aba} بزرگترین عدد باشد باید a بیشترین مقدار باشد و باز هم چون $2b$ زوج است a نمیتواند ۹ باشد و بیشترین مقدار a برابر ۸ است:

$$a=8 \Rightarrow 8+2b \equiv 0 \pmod{12} \Rightarrow 2b \equiv -8 \pmod{12} \xrightarrow{(\div 2)} b \equiv -4 \pmod{6} \Rightarrow b=8$$

بیشترین عدد $\overline{aba}=888$ است.

$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{252+888}{2} = 570$$

سوال ۱۳۴ - اگر خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی $a > 9$ بر ۱۱، ۳ واحد بیشتر از باقیمانده آن باشد

احتمال این که عدد $a-9$ بر ۲۴ بخش پذیر باشد کدام است؟

$\frac{5}{11}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{6}{11}$ (۲)

$\frac{13}{22}$ (۱)

۱۳۴- پاسخ گزینه ۲

$$q - 3 = r \pmod{24} \Rightarrow r = q - 3$$

$$a = 11q + q - 3 = 12q - 3$$

$$0 \leq R \leq 11 - 1 \Rightarrow 0 \leq q - 3 \leq 10 \Rightarrow 3 \leq q \leq 13 \Rightarrow q \in \{3, 4, 5, \dots, 13\}$$

پس تعداد q برابر ۱۱: $n(s) = 11$ $a > 9 \Rightarrow 12q - 3 > 9 \Rightarrow q > 1$

حال باید $a-9$ بر ۲۴ بخش پذیر باشد. پس:

$$a-9 \equiv 0 \pmod{24} \Rightarrow 12q - 3 - 9 \equiv 0 \pmod{24} \Rightarrow 12q \equiv 12 \pmod{24} \xrightarrow{(\div 12)} q \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow q = 2k + 1$$

ینی q باید فرد باشد پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{11}$$

سوال ۱۳۵- اگر m بزرگترین عدد طبیعی باشد که $36 \equiv (10-m)!$ انگاه باقیمانده تقسیم m^{123} بر ۱۵

کدام است؟

۶(۴)

۴(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۱۳۵- پاسخ گزینه ۳

پس باید باقیمانده تقسیم 4^{123} بر ۱۵ را حساب کنیم:

$$4^2 = 16 \equiv 1 \rightarrow 4^{123} \equiv 4 \rightarrow 4^{123} \times 4 \equiv 1 \rightarrow 4^{124} \equiv 1$$

سوال ۱۳۶- در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار

دارند. دو تاس پرتاب می کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده بیشتر از ۹ باشد به تصادف از ظرف اول یک مهره خارج کرده در ظرف دوم می اندازیم. در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره بیشتر انتخاب می کنیم. احتمال این که مهره قرمز باشد کدام است؟

$\frac{180}{270}$ (۴)

$\frac{173}{270}$ (۳)

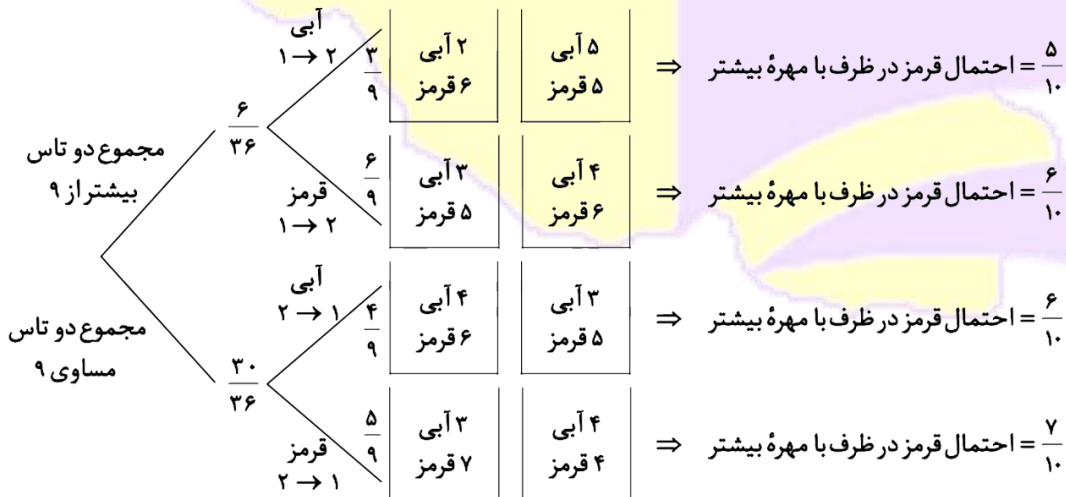
$\frac{165}{270}$ (۲)

$\frac{157}{270}$ (۱)

۱۳۶- پاسخ گزینه ۳

$$9 < \text{مجموع دو تاس} \Rightarrow \{(4,6), (5,5), (6,4), (5,6), (6,5), (6,6)\} \Rightarrow \text{احتمال} = \frac{6}{36}$$

حال به کمک نمودار درختی داریم:



$$\frac{1}{6} \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \right) + \frac{5}{6} \left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} + \frac{5}{9} \times \frac{7}{10} \right) = \frac{173}{270}$$

سوال ۱۳۷ - تعداد جواب های صحیح نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{10}{x_4}$ کدام است؟

۹۶(۴)

۸۱(۳)

۷۲(۲)

۶۰(۱)

۱۳۷- پاسخ گزینه ۴

$$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{10}{x_4}$$

$$x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow \binom{10+3-1}{3-1} = \binom{12}{2} = 66, \quad x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 5 \Rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

$$x_4 = 5 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 2 \Rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6, \quad x_4 = 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1 \Rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = \binom{3}{2} = 3$$

$$66 + 21 + 6 + 3 = 96$$

تعداد کل جواب ها برابر است با:

سوال ۱۳۸ - کوچکترین اندازه گراف ساده همبند از مرتبه ۷ که بزرگترین درجه رئوس آن ۳ باشد

کدام است؟

۸(۴)

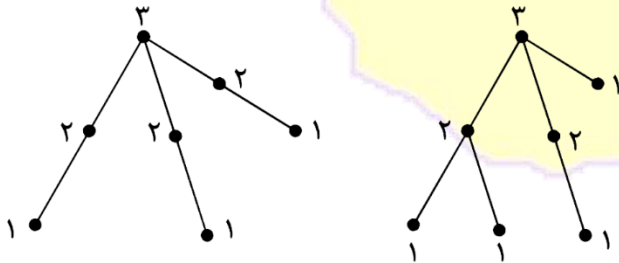
۷(۳)

۶(۲)

۵(۱)

۱۳۸- پاسخ گزینه ۲

گراف مد نظر به شکل روبه رو است:



بنابراین: $q_{\min} = 6$

سوال ۱۳۹ - مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب (a, b) کدام است؟

	a	۳		
	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
b				

(۵, ۳) (۱)

(۱, ۴) (۲)

(۲, ۱) (۳)

(۴, ۱) (۴)

۱۳۹ - پاسخ گزینه ۴

با توجه به تعریف مربع لاتین داریم:

(۱) $a_{۳۱}$ به طور یکتا می شود ۴

(۲) $a_{۵۲}$ به طور یکتا می شود ۲

(۳) به طور منحصر به فرد داریم: $\begin{cases} a_{۴۵}=۵ \\ a_{۴۱}=۳ \end{cases}$

(۴) به طور یکتا داریم: $\begin{cases} a_{۳۱}=۵ \\ a_{۲۵}=۲ \end{cases}$

(۵) به طور منحصر به فرد داریم: $\begin{cases} a_{۴۵}=۵ \\ a_{۴۱}=۳ \end{cases}$

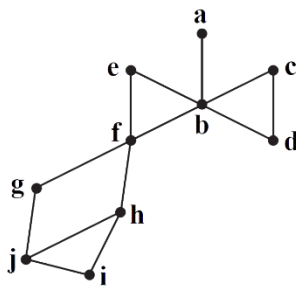
(۶) $a_{۱۲}=a$ نمی تواند ۲ باشد پس $a=۴$ است و داریم: $\begin{cases} a_{۱۵}=۱ \\ a_{۵۵}=۴ \end{cases}$

انگاه $a_{۵۲}$ بطور یکتا فقط با ۵ پر خواهد شد و در نتیجه خواهیم داشت:

$$b=۱ \Rightarrow (a, b) = (۴, ۱)$$

$a_{۱۱}$	a	۳	$a_{۱۴}$	$a_{۱۵}$
$a_{۲۱}$	۳	۱	۴	$a_{۲۵}$
$a_{۳۱}$	۲	۵	۱	۳
$a_{۴۱}$	۱	۴	۲	$a_{۴۵}$
b	$a_{۵۲}$	$a_{۵۳}$	$a_{۵۴}$	$a_{۵۵}$

۲	a	۳	۵	۱
۵	۳	۱	۴	۲
۴	۲	۵	۱	۳
۳	۱	۴	۲	۵
b	۵	۲	۳	۴



سوال ۱۴۰ - در گراف زیر مجموعه احاطه گر مینیمال کدام است؟

- (۱) $\{b, h\}$
- (۲) $\{b, g, i\}$
- (۳) $\{a, c, h\}$
- (۴) $\{a, c, f, j\}$

۱۴۰- پاسخ گزینه ۲

هر یک از گزینه ها را بررسی می کنیم.

گزینه ۱: این مجموعه اصلا احاطه گر نیست زیرا راس g را احاطه نمی کند.

گزینه ۲: این مجموعه یک مجموعه احاطه گر مینیمال است زیرا با حذف هر یک از رئوسش دیگر احاطه گر نیست.

گزینه ۳: این مجموعه اصلا احاطه گر نیست زیرا رئوس e و g را احاطه نمی کند.

گزینه ۴: این مجموعه اصلا احاطه گر نیست زیرا راس g احاطه نمی شود

سوال ۱۴۱ - بردار $a = (-1, a, 1)$ با محور z در فضا زاویه 45° درجه می سازد. اگر $b = (-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2)$ بردار

$a \times b$ با محور z ها θ باشد مقدار $\cos \theta$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۴۱- پاسخ گزینه ۱

$$\vec{a} = (-1, a, 1) \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{1+a^2+1}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2+a^2}} \Rightarrow a = 0$$

پس $\vec{a} = (-1, 0, 1)$ و داریم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 0 & 1 \\ -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 2 \end{vmatrix} = \vec{i} \left(0 - \frac{2}{3}\right) - \vec{j} \left(-2 + \frac{4}{3}\right) + \vec{k} \left(-\frac{2}{3} - 0\right)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\frac{2}{3} \vec{i} + \frac{2}{3} \vec{j} - \frac{2}{3} \vec{k} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \frac{2}{3} \underbrace{(-1, 1, -1)}_{\vec{c}} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \frac{2}{3} \vec{c}$$

زاویه بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ با محور z ها همان زاویه بردار \vec{c} با محور z است. بنابراین:

$$\cos \theta = \frac{-1}{\left| \vec{c} \right|} = \frac{-1}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

→

سوال ۱۴۲ - مثلث قائم الزویه ABC به طول وتر ۸ واحد مفروض است. این مثلث را توسط بردار AT

→

که در جهت بردار AM (وسط وتر BC) قرار دارد انتقال می دهیم. اگر مساحت محدود بین مثلث

→

اولیه و جدید $\frac{1}{16}$ مساحت اولیه باشد اندازه بردار AT کدام است؟

$$\frac{1}{4} (4)$$

$$\frac{1}{3} (3)$$

$$4 (2)$$

$$3 (1)$$

۱۴۲- پاسخ گزینه ۱

میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزویه برابر با نصف وتر است. پس:

$$AM = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

→

فرض می کنیم اندازه بردار انتقال AT برابر a باشد پس $AA' = a$ و داریم:

$$\Delta MAC: A'F \parallel AC \Rightarrow \frac{MA'}{MA} = \frac{A'F}{AC} \Rightarrow \frac{4-a}{4} = \frac{A'F}{y} \Rightarrow A'F = \left(\frac{4-a}{4}\right)y$$

$$\Delta MAB: A'E \parallel AB \Rightarrow \frac{MA'}{MA} = \frac{A'E}{AC} \Rightarrow \frac{4-a}{4} = \frac{A'E}{x} \Rightarrow A'E = \left(\frac{4-a}{4}\right)x$$

$$S_{A'EF} = \frac{1}{16} S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2} A'F \cdot A'E = \frac{1}{16} \times \frac{1}{2} AB \cdot AC$$

توجه کنید که $a=5$ غیر قابل قبول است زیرا در این حالت بین مثلث اولیه و انتقال یافته ام مساحتی به وجود نمی

آید. پس $a=3$

سوال ۱۴۳- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. مجموع درایه های سطر سوم ماتریس A کدام است؟

۱۳(۴)

۱۲(۳)

۵(۲)

۳(۱)

۱۴۳- پاسخ گزینه ۱

سطر سوم ماتریس سمت چپ را در ماتریس وسط ضرب می کنیم داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

دوباره سطر سوم ماتریس اول را در ماتریس دوم ضرب می کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow 7 + 1 - 5 = 3$$

سوال ۱۴۴- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$. اگر $BA^T A = 52I$ باشد ماکزیمم مقدار درایه های ماتریس B کدام است؟

۲۸(۴)

۲۴(۳)

۱۸(۲)

۱۴(۱)

۱۴۴- پاسخ گزینه ۴

اگر در یک ماتریس جای سطرها و ستون های آن ماتریس را عوض کنیم ترانهاده آن ماتریس به دست می آید. ترانهاده ماتریس A را با A^T نشان می دهیم پس داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B \cdot A^T \cdot A = 52I \Rightarrow B \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix}$$

$$B \times \underbrace{\begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1}}_I = \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1}$$

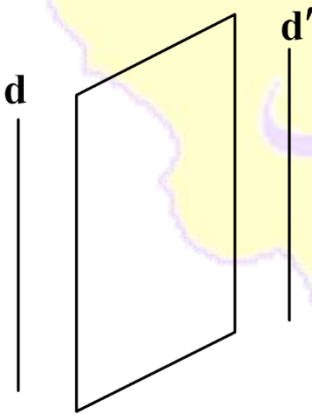
$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix} \times \frac{1}{42-16} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -8 \\ -8 & 28 \end{bmatrix}$$

بیشترین درایه ماتریس B برابر ۲۸ است.

سوال ۱۴۵ - کدام عبات درست است؟

- (۱) مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند در تعداد نامتناهی صفحه قرار می گیرند.
- (۲) مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند در صفحه عمودی بر آن دو خط قرار می گیرند.
- (۳) مجموعه نقاطی از فضا که از یک نقطه و یک خط که از آن نقطه نمی گذرد به یک فاصله باشند روی منحنی سهمی شکل قرار دارند.
- (۴) مجموعه نقاطی از فضا که مجموع فاصله های هر نقطه آن از دو نقطه ثابت در فضا به یک اندازه باشند روی محیط یک بیضی قرار می گیرند.

۱۴۵- پاسخ گزینه ۲



طبق شکل روبه رو مجموعه نقاطی که از دو خط موازی به یک فاصله باشند روی صفحه ای که موازی این دو خط و دقیقاً وسط آن دو خط واقع است قرار دارند. بنابراین گزینه ۱ نادرست است. در مورد گزینه های ۳ و ۴ دقت کنید که :

- مجموعه نقاطی از صفحه که از یک نقطه و یک خط که از آن نقطه نمی گذرد به یک فاصله باشند روی منحنی سهمی شکل قرار دارند. چنین نقاطی در فضا تشکیل سهمی نمی دهند.
- مجموعه نقاطی از صفحه که مجموع فاصله های هر نقطه آن از دو نقطه ثابت در صفحه به یک اندازه باشند روی محیط یک بیضی قرار می گیرند. چنین نقاطی در فضا تشکیل بیضی نمی دهند. بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

سوال ۱۴۶ - سهمی $۶ = ۱۲y - (x-1)^2$ با راس F و کانون F' مفروض است. یک بیضی با کانون های F و F' و خروج از مرکز $۰/۶$ می سازیم. فاصله مرکز بیضی از مبدا مختصات کدام است؟

- ۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۳) 2 (۴)

۱۴۶- پاسخ گزینه ۲

راس و کانون سهمی را می یابیم:

$$(x-1)^2 = 12y + 6 \Rightarrow (x-1)^2 = 12 \left(y + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow \text{راس سهمی: } F(1, -\frac{1}{2})$$

سهمی قائم و رو به بالاست پس داریم:

$$4a = 12 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \text{کانون سهمی: } F'(1, -\frac{1}{2} + 3) \Rightarrow F'(1, \frac{5}{2})$$

نقاط F و F' کانون های بیضی هستند بنابراین مرکز بیضی نقطه وسط FF' است پس:

$$O' = \frac{F+F'}{2} \Rightarrow O'(1, \frac{-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}}{2}) \Rightarrow O'(1, 1)$$

$$OO' = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

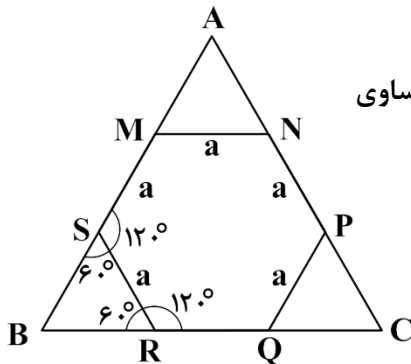
فاصله مرکز بیضی تا مبدا مختصات برابر است با:

سوال ۱۴۷ - مثلثی با طول ۱۳، ۱۴ و ۱۵ مفروض است. اندازه طول ضلع شش ضلعی محاط شده در این مثلث کدام است؟

- ۱) ۸ (۲) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

۱۴۷- پاسخ گزینه ۱

اگر شش ضلعی محاط شده در مثلث شش ضلعی منتظم باشد انگاه مثلث باید متساوی الاضلاع باشد زیرا:



$$\widehat{BSR} = \widehat{BRS} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ \Rightarrow BS = BR = SR = a$$

به طریق مشابه داریم:

$$AM = AN = MN = CP = PQ = a \Rightarrow AB = AC = BC = 3a$$

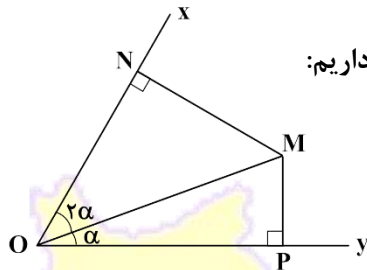
بنابراین با توجه به اینکه طول ضلع مثلث ۱۵ می باشد طول ضلع ۶ ضلعی برابر $\frac{15}{3} = 5$ می شود.

سوال ۱۴۸- زاویه $x\hat{O}y$ و نقطه M داخل زاویه با شرط $2\widehat{MOY} = x\widehat{OM}$ باشد مفروض است از نقطه M

عمودهای MN و MP را به ترتیب بر نیم خط های Ox و Oy رسم می کنیم. نسبت $\frac{MX}{MP}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{OP}{ON}$ (۲) $\frac{OP}{OM}$ (۳) $\frac{2OP}{ON}$ (۴) $\frac{2OP}{OM}$

۱۴۸- پاسخ گزینه ۴

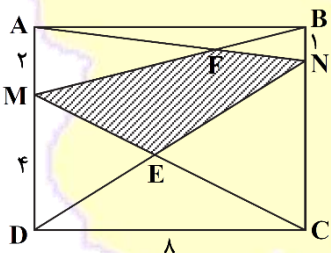


شکل زیر را در نظر بگیرید. فرض می کنیم $M\hat{O}y = \alpha$ پس $x\hat{O}M = 2\alpha$ داریم:

$$\sin 2\alpha = \frac{MN}{OM} \Rightarrow MN = OM \sin 2\alpha, \quad \sin \alpha = \frac{MP}{OM} \Rightarrow MP = OM \sin \alpha$$

$$\frac{MN}{MP} = \frac{OM \sin 2\alpha}{OM \sin \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \cos \alpha = 2 \times \frac{OP}{OM} = \frac{2OP}{OM}$$

سوال ۱۴۹- مستطیل $ABCD$ مطابق شکل زیر مفروض است. مساحت چهارضلعی $MENF$ کدام



است؟

۱۳(۲)

۱۶(۴)

$\frac{104}{9}$ (۱)

$\frac{47}{3}$ (۳)

۱۴۹- پاسخ گزینه ۱

در دوزنقه های $DMNC$ و $AMNB$ طبق قضیه شبه پروانه داریم:

$$S_{MNE} = S_{EDC} = S_1 \quad \text{و} \quad S_{FMN} = S_{AFB} = S_2$$

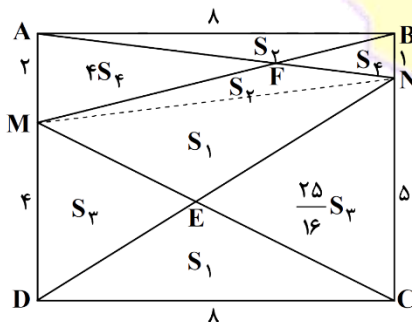
دو مثلث EMD و ENC متشابه با نسبت تشابه $\frac{5}{4}$ هستند پس:

$$S_{EMD} = S_2 \Rightarrow S_{ENC} = \frac{25}{16} S_2$$

$$S_{MDC} = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

$$S_{DNC} = S_1 + \frac{25}{16} S_2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20 \Rightarrow \begin{cases} S_1 + S_2 = 16 \\ S_1 + \frac{25}{16} S_2 = 20 \end{cases} \Rightarrow S_1 = \frac{10}{9}$$

دو مثلث EMD و ENC متشابه با نسبت تشابه $\frac{1}{4}$ هستند پس:



$$S_{ABM} = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8 \Rightarrow \begin{cases} S_2 + 4S_2 = 8 \\ S_2 + S_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow S_2 = \frac{8}{3} \rightarrow S_{MENF} = S_1 + S_2 = \frac{10}{9} + \frac{8}{3} = \frac{104}{9}$$

سوال ۱۵۰ - در یک مثلث با زاویه 138° کوچکترین زاویه بین دو نیمساز خارجی به درجه کدام است؟

۴۲(۴)

۳۴/۵(۳)

۱۱/۵(۲)

۲۱(۱)

۱۵۰- پاسخ گزینه ۱

طبق شکل مقابل کوچک ترین زاویه بین دو نیمساز خارجی بین دو نیمساز خارجی رئوس B و C به وجود می آید.

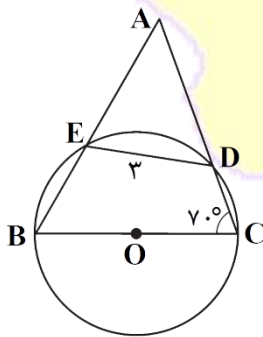
$$\hat{C}_1 = \frac{180^\circ - \hat{C}_r}{2}, \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{B}_r}{2}$$

در مثلث MBC داریم:

$$\hat{M} = 180^\circ - (\hat{C}_1 + \hat{B}_1) = 180^\circ - \left(\frac{180^\circ - \hat{C}_r}{2} + \frac{180^\circ - \hat{B}_r}{2} \right) \Rightarrow \hat{M} = 180^\circ - \frac{360^\circ - (\hat{C}_r + \hat{B}_r)}{2} = \frac{1}{2}(\hat{C}_r + \hat{B}_r)$$

$$\Rightarrow \hat{M} = \frac{1}{2}(180^\circ - 360^\circ) = 21^\circ$$

سوال ۱۵۱ - در شکل زیر شعاع دایره ۳ واحد است. اندازه کمان EDC به درجه کدام است؟



۹۰(۲)

۸۰(۱)

۱۲۰(۴)

۱۰۰(۳)

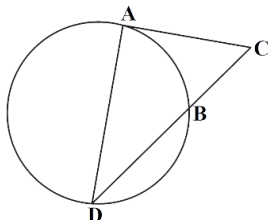
۱۵۱- پاسخ گزینه ۳

چون شعاع دایره ۳ واحد و $ED=3$ است پس مثلث OED متساوی الاضلاع است.

$$\widehat{EOD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ED} = 60^\circ, OC = OD \Rightarrow \hat{D}_1 = 7^\circ \rightarrow \hat{O}_1 = 180^\circ - (7^\circ + 7^\circ) = 4^\circ$$

$$\widehat{DC} = 4^\circ \Rightarrow \widehat{EDC} = 60^\circ + 4^\circ = 100^\circ$$

سوال ۱۵۲ - در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $\frac{AC}{BC} = \sqrt{3}$ انگاه نسبت $\frac{DB}{BC}$ کدام است؟



$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

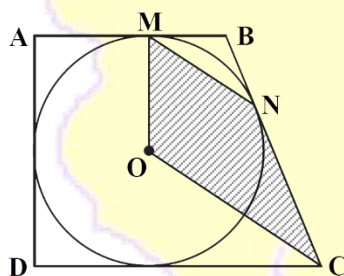
۱۵۲- پاسخ گزینه ۳

$$\frac{AC}{BC} = \sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{3}BC \Rightarrow (\sqrt{3}BC)^2 = BC \cdot CD \Rightarrow 3BC^2 = BC \cdot CD \Rightarrow 3BC = CD \Rightarrow \frac{CD}{BC} = \frac{3}{1}$$

$$AC^2 = BC \cdot CD$$

$$\Rightarrow \frac{CD-BC}{BC} = \frac{3-1}{1} \Rightarrow \frac{DB}{BC} = 2$$

سوال ۱۵۳ - مطابق شکل زیر دوزنقه قائم الزاویه $ABCD$ بر دایره ای به شعاع ۳ محیط شده است. اگر زاویه $\widehat{MBN} = 120^\circ$ باشد مساحت چهار ضلعی $OMNC$ کدام است؟



$\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (۱)

$9\sqrt{3}$ (۴)

$\frac{27\sqrt{3}}{2}$ (۳)

۱۵۳- پاسخ گزینه ۱

در شکل زیر چهار ضلعی $OMBN$ دارای ۲ زاویه قائمه است پس:

$$\widehat{MON} + \widehat{MBN} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MON} + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MON} = 60^\circ$$

چون $OM = ON$ پس مثلث OMN متساوی الاضلاع به ضلع ۳ است و داریم:

$$S_{\Delta OMN} = \frac{OM^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{3^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

در دوزنقه زوایای مجاور به ساق ها مکمل اند بنابراین:

$$\widehat{MBN} + \widehat{NCD} = 180^\circ \Rightarrow 120^\circ + \widehat{NCD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{NCD} = 60^\circ$$

OC نیمساز زاویه \widehat{NCD} است پس $\widehat{C_1} = 30^\circ$ و داریم:

$$\Delta ONC: \widehat{C_1} = 30^\circ \Rightarrow ON = \frac{1}{2} OC \Rightarrow 3 = \frac{1}{2} OC \Rightarrow OC = 6 \rightarrow \cos \widehat{C_1} = \frac{NC}{OC} \Rightarrow NC = OC \cdot \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta ONC} = \frac{1}{2} ON \cdot NC = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \rightarrow S_{OMNC} = S_{\Delta OMN} + S_{\Delta ONC} = \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$$

سوال ۱۵۴- فرض کنید خطوط $x+y=1$ و $x-y=3$ قطرهای یک دایره و خط $4x+3y+5=0$ مماس بر آن باشد. نزدیکترین فاصله نقطه $M(4,-2)$ از دایره کدام است؟

$\sqrt{5}-2$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (۲)

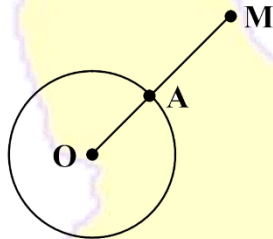
$\sqrt{3}-1$ (۱)

۱۵۴- پاسخ گزینه ۴

نقاط برخورد قطرهای $x+y=1$ و $x-y=3$ مرکز دایره است. پس :

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=1-x=1-2=-1 \Rightarrow \text{مرکز } O(2,-1)$$

چون خط $4x+3y+5=0$ بر دایره مماس است پس فاصله مرکز دایره تا این خط برابر شعاع دایره است.



$$\text{شعاع} = R = \frac{|4 \times 2 + 3(-1) + 5|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|8-3+5|}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

فاصله نقطه $M(4,-2)$ تا مرکز دایره را می یابیم.

$$OM = \sqrt{(4-2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} > 2$$

نقطه M خارج دایره است پس کمترین فاصله نقطه M تا دایره به صورت زیر است:

$$AM = OM - OA = OM - R = \sqrt{5} - 2$$

سوال ۱۵۵- فرض کنید طول خطالمركزین دو دایره با شعاع های $a-1$ و a^2-2 برابر ۶ باشد. اگر دو دایره فقط یک مماس مشترک داشته باشند میانگین مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

$\frac{13}{3}$ (۲)

۳ (۱)

۱۵۵- پاسخ گزینه ۴

چون دو دایره فقط یک مماس مشترک دارند پس دو دایره مماس داخل هستند و داریم:

$$R = a^2 - 2, R' = 6a - 1$$

$$\text{خطالمركزین} = d = |R - R'|$$

$$a^2 - 6a - 1 = \pm 6$$

$$a^2 - 6a = 6 \Rightarrow a^2 - 6a - 6 = 0 \Rightarrow (a-7)(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=7 \\ a=-1 \end{cases}$$

$a=-1$ غیر قابل قبول است زیرا در این حالت R و R' عددی منفی خواهند شد.

$$a^2 - 6a - 1 = -6 \Rightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=5 \end{cases}$$

$a=1$ نیز غیر قابل قبول است زیرا در این حالت R عددی منفی خواهد شد.

پس $a=7$ و $a=5$ قابل قبول است و میانگین این دو عدد برابر است با:

$$\frac{5+7}{2} = 6$$



درس ریاضی، حسابان، آمار و احتمال، هندسه و گسسته: استاد حسین حسنزاد

مهندس برق الکترونیک

- ✓ مدرس مدارس خوارزمی ، علوی ، رستا ، نمونه و تیز هوشان
- ✓ مدرس آموزشگاه های آنلاین در سراسر کشور
- ✓ مولف سوالات ازمون های آزمایشی
- ✓ مدرس رتبه های دو رقمی و سه رقمی
- ✓ مدرس المپیاد ریاضی
- ✓ مدرس نفر اول مسابقات جهانی ریاضی (دارنده مدال طلا)

سابقه تدریس در شهر های :

تهران ، کرج ، گلستان ، اصفهان ، تبریز ، سیستان و بلوچستان و...

جهت دیدن فیلم آموزشی همه دروس به همراه جزوه آنها
از پایه هفتم تا کنکور وارد سایت ((آموزش ملی)) شوید

**در تدریس طول سال، اساتید از پایه هفتم تا دوازدهم
صفر تا صد مطالب را آموزش داده اند.**

**در تدریس جمع بندی، اساتید از پایه دهم تا دوازدهم
مطالب را به صورت خلاصه و مفید تدریس کرده اند.**

جهت دانلود دفترچه کنکور و سوالات دی و خرداد ماه به همراه پاسخنامه کاملا تشریحی آنها از
پایه هفتم تا کنکور وارد سایت ((آموزش ملی)) شوید

دفترچه شماره ۲
صبح پنجشنبه
جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور
دانشگاه اصلاح شود سلامت اصلاح می‌شود
امام خمینی (ره)
آزمون سراسری ورودی دانشگاه های کشور - همه سالها
آزمون اختصاصی به همراه پاسخنامه تشریحی
گروه آزمایشی ریاضی، تجربی و انسانی
تعداد سوالات: ۱۲۵
هدت پاسخ گوئی: ۱۷۵ دقیقه
وبسایت نظام آموزشی ۳-۳-۳

برگ امتحانی
نام: _____
نام خانوادگی: _____
کلاس: _____
تاریخ امتحان: _____
موضوع امتحان: _____
مدرسه: _____
دبیرستان: _____
آرشیو کامل از سوالات دی و خرداد ماه!
(به همراه پاسخنامه تشریحی)

برای ورود به سایت ، نام ((آموزش ملی)) را در گوگل جستجو کنید



یا کد بالا را اسکن کنید و یا روی لینک <http://www.amoozeshmelli.com> بزنید.

فیزیک

سوال ۱۵۶ - کدام مورد درست است؟

الف- در واپاشی β^- الکترون گسیل شده در هسته مادر وجود ندارد و همچنین یکی از الکترون های مدار اتم نیست.

ب- در واپاشی β^- ذره گسیل شده توسط هسته جرم یکسان با الکترون دارد.

پ- اغلب هسته ها پس از واپاشی بتا در حالت پیدار قرار می گیرند.

ت- در واپاشی β^+ یکی از نوترون های درون هسته به یک پروتون و یک پوزیترون تبدیل می شود.

(۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) ب و پ

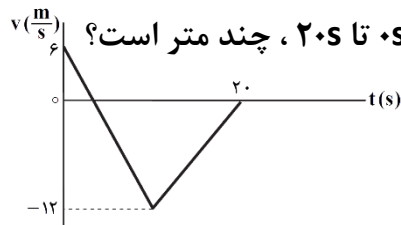
۱۵۶- پاسخ گزینه ۱

■ در واپاشی بتا به طور کلی ذره β درون هسته مادر وجود ندارد؛ بلکه از تبدیل یک نوترون به پروتون با عکس به وجود می آید. اغلب هسته ها با واپاشی بتا در حالت ناپایدار قرار می گیرند و با گسیل گاما به حالت پایه می روند. (درستی الف و نادرستی پ)

■ ذره β^+ جرم یکسانی با الکترون دارد اما بار الکتریکی آن ها متفاوت است. این ذره هنگامی به وجود می آید که یکی از پروتون های هسته وامی پاشد و به یک نوترون و پوزیترون (β^+) تبدیل می شود. (درستی ب و نادرستی ت)

بنابراین دو مورد «الف» و «ب» درست هستند.

سوال ۱۵۷ - نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می کند ، به صورت شکل



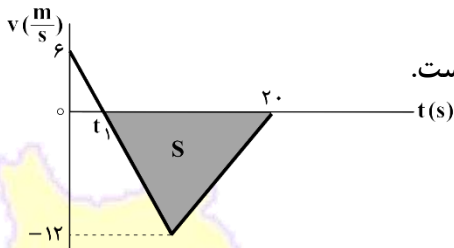
$$176(2)$$

$$160(1)$$

$$192(4)$$

$$180(3)$$

۱۵۷- پاسخ گزینه ۲



مدت زمانی که متحرک در خلاف جهت محور حرکت می کند $t_1 < t < 20$ است.

$$l = |S| = \frac{(20-t_1) \times 12}{2} = 6(20-t_1) \rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{6(20-t_1)}{20-t_1} = 6 \frac{m}{s}$$

سوال ۱۵۸ - متحرکی روی محور x با شتاب ثابت حرکت می کند. اگر سرعت متحرک در لحظه $t=0$

در جهت محور x باشد بردار سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه اول حرکت برابر $\vec{v}_{av} = (7/5 \frac{m}{s}) \vec{i}$ و تندی

متوسط در این بازه $8/5 \frac{m}{s}$ باشد مسافت طی شده در ۲ ثانیه اول حرکت چند متر است؟

$$35(4)$$

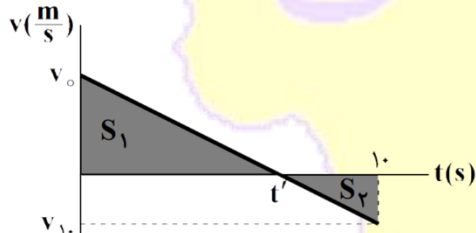
$$25(3)$$

$$15(2)$$

$$5(1)$$

۱۵۸- پاسخ گزینه ۴

چون در این بازه زمانی اندازه سرعت متوسط و تندی روی خط راست متفاوت است به این معناست که جهت حرکت عوض شده و سرعت ثانویه منفی است.



$$v_{av} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} \Rightarrow 7/5 = \frac{|S_1| - |S_2|}{10} \Rightarrow |S_1| - |S_2| = 75m(1)$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{10} = 8/5 \Rightarrow |S_1| + |S_2| = 85m(2)$$

از روابط (۱) و (۲) می توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} |S_1| - |S_2| = 75m \\ |S_1| + |S_2| = 85m \end{cases} \Rightarrow 2|S_1| = 160 \Rightarrow |S_1| = 80m, |S_2| = 5m$$

از تشابه دو مثلث با مساحت های S_1 و S_2 داریم:

$$\frac{|S_1|}{|S_2|} = \left(\frac{t'}{10-t'}\right)^2 \Rightarrow \frac{80}{5} = \left(\frac{t'}{10-t'}\right)^2 \Rightarrow 4 = \frac{t'}{10-t'} \Rightarrow 4(10-t') = t' \Rightarrow 40 - 4t' = t' \Rightarrow 40 = 5t' \Rightarrow t' = 8$$

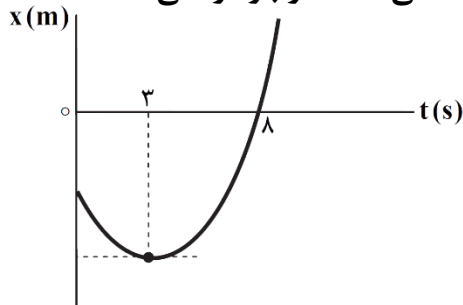
$$S'_1 + S''_1 = S_1 = 80m \rightarrow \frac{S''_1}{S_1} = \left(\frac{8-2}{8}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{S''_1}{80} = \frac{9}{16} \Rightarrow S''_1 = 45m \rightarrow S'_1 = S_1 - S''_1 = 80 - 45 = 35m$$

مساحت زیر نمودار $v - t$ در ۲ ثانیه اول حرکت برابر با جا به جایی است و چون سرعت متحرک در این بازه تغییر جهت نداده اندازه جابه جایی و مسافت طی شده یکسان است:

$$l_{(s-2s)} = S'_1 = 35m$$

سوال ۱۵۹ - نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می کند مطابق شکل زیر است. جا به

جایی متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 8$ چند برابر مسافت طی شده در بازه زمانی است؟



$$\frac{5}{14} (2)$$

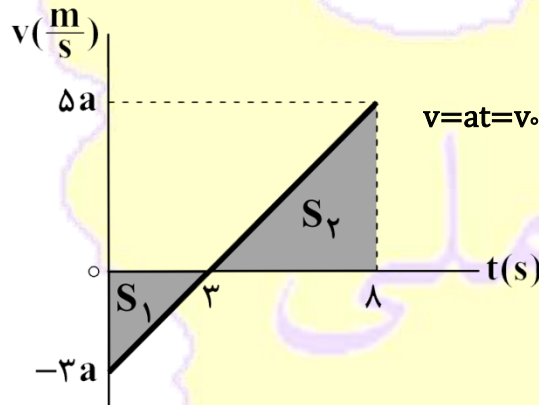
$$\frac{5}{17} (1)$$

$$\frac{9}{14} (4)$$

$$\frac{8}{17} (3)$$

۱۵۹ - پاسخ گزینه ۳

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه سرعت متحرک را نشان می دهد؛ بنابراین در لحظه $t = 3$ سبب خط مماس یعنی سرعت متحرک برابر صفر است:



$$v = at = v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_3 = 3a + v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = -3a & \text{رابطه (۱)} \\ v_8 = 8a + v_0 \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} v_8 = 8a - 3a = 5a & \text{رابطه (۲)} \end{cases}$$

حالا نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم:

$$S_1 = \frac{3 \times (-3a)}{2} = -\frac{9}{2}a \rightarrow S_2 = \frac{5 \times 5a}{2} = \frac{25}{2}a$$

$$\frac{\Delta X_{(0-8s)}}{t_{(0-8s)}} = \frac{|S_2| - |S_1|}{|S_2| + |S_1|} = \frac{\frac{25}{2}a - \frac{9}{2}a}{\frac{25}{2}a + \frac{9}{2}a} = \frac{8a}{17a} = \frac{8}{17}$$

سوال ۱۶۰- متحرکی که با شتاب ساده روی محور x حرکت می کند و در لحظه های $t_1=3s$ و $t_2=5s$ از مبدا مجور عبور می کند و در لحظه ای که به مکان $x=-1m$ می رسد جهت حرکتش عوض می شود. تندی متوسط منحرک از لحظه $t_1=0s$ تا $t_2=5s$ چند متر بر ثانیه است؟

۶ (۴)

$\frac{17}{5}$ (۳)

۳ (۲)

$\frac{13}{5}$ (۱)

۱۶۰- پاسخ گزینه ۳

مکان متحرک در لحظه های $t_1=3s$ و $t_2=5s$ برابر با $x_3=x_5=5$ است بنابراین داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} 5 = \frac{1}{2}a(3)^2 + 3v_0 + x_0 \\ 5 = \frac{1}{2}a(5)^2 + 5v_0 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{2}a + 3v_0 = \frac{25}{2}a + 5v_0 \Rightarrow -8a = 2v_0 = -4a \quad (1) \text{ رابطه}$$

حالا لحظه تغییر جهت متحرک را حساب می کنیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} 0 = at - 4a \Rightarrow t = 4s$$

با استفاده از رابطه مستقل از شتاب در بازه زمانی $3s \leq t < 4s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v_3 v_4}{2} \times \Delta t \Rightarrow (-1) - 5 = \frac{v_3 + 0}{2} \times 1 \Rightarrow v_3 = -2 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow -2 = 3a + v_0 \xrightarrow{v_0 = -4a} -2 = 3a - 4a = -a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}, v_0 = -8 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{9}{2} \times 2 - 8 \times 3 + x_0 \Rightarrow x_0 = 15m$$

مسافت طی شده در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 5s$ را به دست می آوریم:

$$l = |x_4 - x_0| + |x_5 - x_4| = |-1 - 15| + |5 - (-1)| = 17m$$

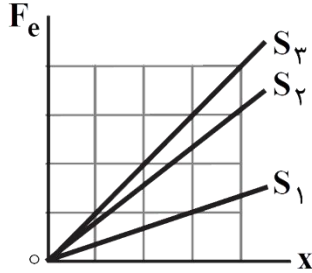
تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{17m}{5s}$$

سوال ۱۶۱ - شکل زیر تغییرات نیروی کشسانی سه فنر را بر حسب تغییر طول آن ها نشان می دهد.

اگر نیروی کشسانی $F_e = 30\text{N}$ طول فنر S_2 را ۴ سانتی متر افزایش دهد طول فنرهای S_1 و S_3 را به ترتیب

چند سانتی متر افزایش می دهد؟



۲ و ۶ (۲)

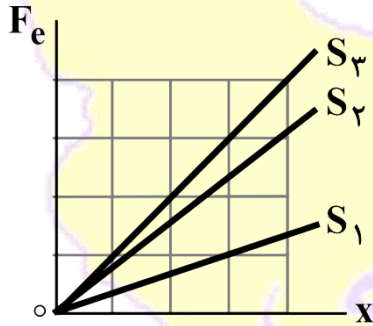
۳ و ۶ (۱)

۳ و ۹ (۴)

۲ و ۸ (۳)

۱۶۱- پاسخ گزینه ۴

با توجه به نمودار داده شده و استفاده از قانون هوک داریم:



شیب خط نمودار $F_e = kx \Rightarrow k = (F_e - x)$

$$\begin{cases} k_r = \frac{4}{4} = 1 \\ k_r = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow k_r = \frac{3}{4} k_r \text{ (رابطه ۱)}, \begin{cases} k_r = 1 \\ k_1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{3} k_r \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} k_1 = \frac{1}{3} \times \frac{4}{4} k_r = \frac{4}{9} k_r$$

$$F_e = kx \Rightarrow 30 = k_r \times 4 \Rightarrow k_r = \frac{30}{4} = 7.5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}, \frac{F_{e1}}{F_{er}} = \frac{k_1}{k_r} \times \frac{x_1}{x_r} \Rightarrow 1 = \frac{4}{9} \times \frac{x_1}{4} \Rightarrow x_1 = 9\text{cm}$$

$$\frac{F_{er}}{F_{er}} = \frac{k_r}{k_r} \times \frac{x_r}{x_r} \Rightarrow 1 = \frac{4}{9} \times \frac{x_r}{4} \Rightarrow x_r = 3\text{cm}$$

سوال ۱۶۲ - چوب مکعب شکلی به جرم 5kg را به نخ بستیم و با نیروی ثابت و افقی 15N روی سطح افقی می کشیم و از حال سکون به حرکت در می آوریم و بعد از 2 ثانیه نخ پاره می شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی 0.2 باشد کل مسافتی که چوب از ابتدای حرکت تا لحظه ایستادن طی می کند چند متر است؟ ($g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۳(۴)

۲/۵(۳)

۲(۲)

۱/۵(۱)

۱۶۲- پاسخ گزینه ۴

در مرحله اول حرکت (قبل از پاره شدن نخ) داریم:

$$F_N = mg, \quad f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.2 \times 5 \times 10 = 10\text{N}$$

$$F_{\text{net}} = F - f_k = ma_1 \Rightarrow 15 - 10 = 5a_1 \Rightarrow a_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times (2)^2 = 2\text{m}$$

در مرحله دوم هنگامی که نخ پاره می شود تندی مکعب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است و در راستای افقی فقط نیروی اصطکاک وارد می شود.

$$F_{\text{net}} = -f_k = ma_2 \Rightarrow -10 = 5a_2 \Rightarrow a_2 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v_2 = 1 \times 2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مکعب پس از طی مسافت Δx_2 می ایستد: (به صورت روز کامل)

$$v^2 - v_2^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow 0 - (2)^2 = 2 \times (-2) \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 1\text{m} \rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 3\text{m}$$

سوال ۱۶۳ - فنر سبکی با ثابت $200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ به سقف اسانسور بسته شده و از آن وزنه $m = 5\text{kg}$ اویزان است و اسانسور با شتاب رو به پایین $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ پایین می آید و طول فنر L_1 است. وقتی این اسانسور با شتاب $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کندشونده پایین می آید طول فنر L_2 می شود. اختلاف L_1 و L_2 چند سانتی متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

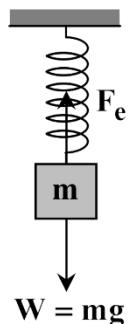
۲/۵(۴)

۵(۳)

۷/۵(۲)

۱۵(۱)

۱۶۳- پاسخ گزینه ۲



$$F_{\text{net}} = mg - F_e = ma \rightarrow \begin{cases} 50 - 200(L_1 - L_0) = 5 \times 2 \\ 50 - 200(L_2 - L_0) = 5 \times (-1) \end{cases}$$

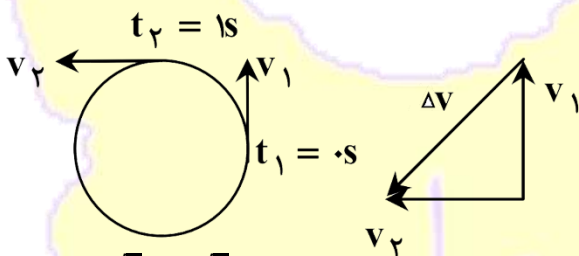
$$\rightarrow \begin{cases} L_1 - L_0 = \frac{1}{5} m \\ L_2 - L_0 = \frac{11}{40} m \end{cases} \Rightarrow L_2 - L_1 = \frac{11}{40} - \frac{1}{5} = \frac{3}{40} m = 7.5\text{cm}$$

سوال ۱۶۴ - متحرکی با تندی ثابت $v = \pi \frac{m}{s}$ روی دایره ای به شعاع ۲۰ متر حرکت می کند. شتاب متوسط این محرک در هر ثانیه چند برابر شتاب مرکز گرای آن است؟

- $\sqrt{2}(4)$ $5\sqrt{2}(3)$ $\frac{5}{\pi}(2)$ $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}(1)$

۱۶۴- پاسخ گزینه ۱

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{40\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$$



متحرک در مدت $\frac{T}{4}$ یک ربع دایره را طی می کند:

$$\Delta t = 1s = \frac{T}{4}, \Delta v = \sqrt{2}v = 10\pi\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

$$\rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 10\pi\sqrt{2} \frac{m}{s^2}, a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{100\pi^2}{20} = 5\pi^2 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{a_{av}}{a_c} = \frac{10\pi\sqrt{2}}{5\pi^2} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

سوال ۱۶۵ - معادله حرکت نوسانگری در SI به صورت $x = 0.02 \cos \frac{\pi}{2} t$ است. تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{12} s$ تا $t_2 = \frac{25}{12} s$ چند سانتی متر بر ثانیه است؟

- $8(4)$ $4(3)$ $2(2)$ $1(1)$

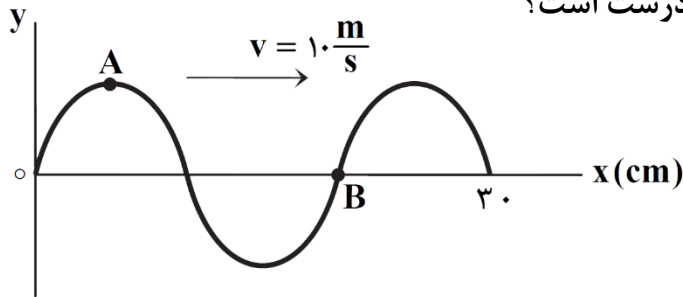
۱۶۵- پاسخ گزینه ۲

$$x = 0.02 \cos \frac{\pi}{2} t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s, \Delta t = \frac{25}{12} - \frac{1}{12} = 2s = \frac{T}{2}$$

در مدت $\frac{T}{2}$ مسافت طی شده یعنی l دو برابر دامنه نوسان است.

$$l = 2A = 0.04m = 4cm, s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{4cm}{2s} = 2 \frac{cm}{s}$$

سوال ۱۶۶ - شکل زیر تصویری از یک موج عرضی در یک ریسمان کشیده شده را در لحظه t_1 نشان



می دهد. در لحظه $t_2 = t_1 + \frac{9}{400}$ s کدام مورد درست است؟

(۱) تندی ذره B صفر است.

(۲) تندی ذره A بیشینه است.

(۳) حرکت ذره A تندشونده است.

(۴) حرکت ذره B تندشونده است.

۱۶۶- پاسخ گزینه ۳

$$\frac{3}{2}\lambda = 0.3 \Rightarrow \lambda = 0.2 \text{ m} \rightarrow \lambda = vT \Rightarrow 0.2 = 10 \cdot T \Rightarrow T = \frac{2}{100} \text{ s}$$

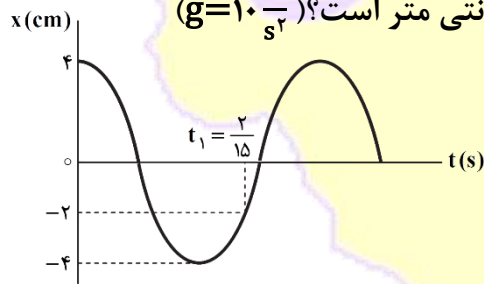
$$\Delta t = nT \Rightarrow \frac{9}{400} = n \times \frac{2}{100} \Rightarrow n = \frac{9}{8} \Rightarrow \Delta t = \frac{9}{8}T = T + \frac{1}{8}T$$

پس از این مدت ذره A در حال حرکت به سمت مرکز نوسان بوده و حرکتش تندشونده است. توجه کنید که تندی آن بیشینه نیست زیرا هنوز به مرکز نوسان نرسیده است. در این لحظه ذره B در حال دور شدن از مرکز نوسان بوده و حرکتش کند شونده است.

سوال ۱۶۷ - جسمی به جرم ۲ کیلوگرم روی سطح شیبدار با اصطکاک ناچیز به سمت پایین می لغزد و

با سرعت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از نقطه A عبور کرده و در نقطه B به فنر برخورد می کند. اگر حداکثر فشردگی فنر x

و بیشینه انرژی ذخیره شده در فنر ۱۰ ژول باشد، x چند سانتی متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



۱۰ (۱)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۴۰ (۴)

۱۶۷- پاسخ گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} x &= 4 \cos \omega t \\ -2 &= 4 \cos \frac{2}{15} \omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cos \frac{2}{15} \omega = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{3} & \text{غلط} \\ \frac{4\pi}{3} & \checkmark \end{cases}$$

$$\omega = \frac{\frac{4\pi}{3}}{\frac{2}{15}} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{100} \times \frac{16}{10000} \times 100 \pi^2 = \frac{1}{25} \text{ J}$$

سوال ۱۶۸- یک دستگاه صوتی صدایی با تراز شدت $\beta_1 = 28 \text{ dB}$ و دستگاه صوتی دیگر صدایی با تراز $\beta_2 = 92 \text{ dB}$ ایجاد می کند. شدت های مربوط به این دو تراز (برحسب $\frac{W}{m^2}$) به ترتیب I_1 و I_2 است. $\frac{I_2}{I_1}$ کدام است؟ ($\log 2 = 0.3$)

- (۱) $2/5 \times 10^6$ (۲) $2/5 \times 10^8$ (۳) 4×10^6 (۴) 4×10^8

۱۶۸- پاسخ گزینه ۱

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 92 - 28 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 6/4 = 1.5 = 10 \times (0.3)$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 10^{1.5} = \log 3.16 \approx \log 3 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 3$$

سوال ۱۶۹- مجموع بسامدهای دو هماهنگ نخست یک تار دو انتها بسته ۳۷۵ هرتز است. اگر طول تار 40 cm و جرم آن 10 گرم باشد نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

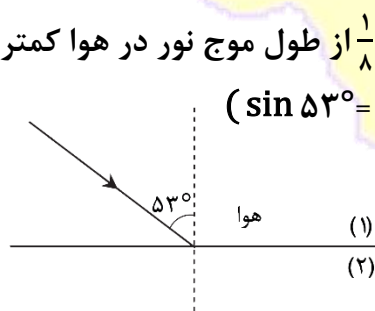
- (۱) 180 (۲) 200 (۳) 360 (۴) 250

۱۶۹- پاسخ گزینه ۴

$$f_1 + f_2 = 375 \xrightarrow{f_n = n f_1} f_1 + 2f_1 = 3f_1 = 375 \Rightarrow f_1 = 125 \text{ Hz} \rightarrow f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 125 = \frac{1 \times v}{2 \times 0.4} \Rightarrow v = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 100 = \sqrt{\frac{F \times 0.4}{0.1}} \Rightarrow F = 250 \text{ N}$$

سوال ۱۷۰- مطابق شکل زیر پرتو نوری از هوا به یک محیط شفاف می تابد و در ورود به محیط $(2) 16^\circ$ از راستای اولیه منحرف می شود. اگر طول موج نور در محیط دوم $\frac{1}{8} \mu\text{m}$ از طول موج نور در هوا کمتر باشد بسامد نور چند هرتز است؟ ($\sin 53^\circ = 4/5$, سرعت نور در هوا $= 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)



- (۱) 6×10^{14} (۲) 6×10^{15} (۳) 84×10^{14} (۴) 84×10^{15}

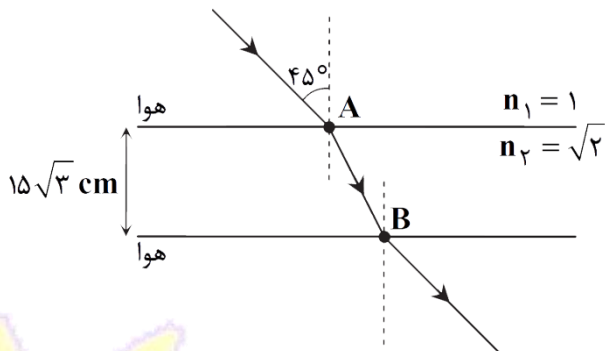
۱۷۰- پاسخ گزینه ۱

$$\begin{cases} \theta_i = 53^\circ \\ \theta_i - \theta_r = 16^\circ \end{cases} \Rightarrow \theta_r = 37^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{4/5}{3/5} = \frac{4}{3} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow 4\lambda_2 = 3\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = 4/3 \lambda_2 = 4/3 \times \frac{1}{8} \mu\text{m} = 1/6 \mu\text{m} = 1.67 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda_1 = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{1.67 \times 10^{-7}} = 1.8 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

سوال ۱۷۱- مطابق شکل زیر پرتو نوری از هوا وارد محیط شفاف می شود و شکست می یابد. این پرتو فاصله A تا B را در چند نانو ثانیه طی می کند؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)



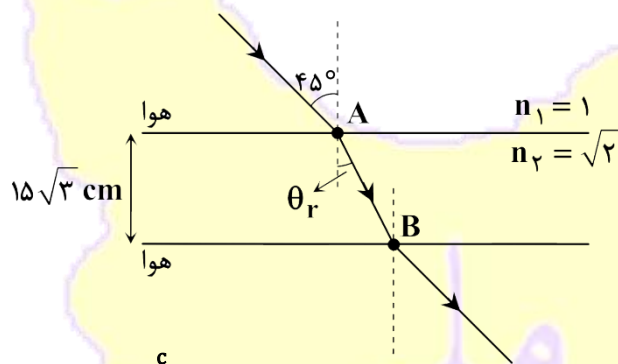
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

۱۷۱- پاسخ گزینه ۳



$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

$$\cos \theta_r = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$$

$$\Rightarrow AB = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$AB = v \times t \rightarrow \frac{v=c}{n} \times t \rightarrow 3 \times 10^8 = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} \times t \Rightarrow t = \sqrt{2} \times 10^{-9} \text{ s} = \sqrt{2} \text{ ns}$$

سوال ۱۷۲- در آزمایش فوتوالکتریک بسامد استانه فلز $5 \times 10^{15} \text{ Hz}$ است. اگر انرژی هر یک از فوتون

های فرودی به فلز $4.125 \times 10^{-19} \text{ J}$ باشد بیشینه تندی فوتوالکترن های تولید شده چند متر بر ثانیه

است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$ و $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $c = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$\frac{5}{7} \times 10^5 \quad (4)$$

$$\frac{5}{7} \times 10^4 \quad (3)$$

$$\frac{1}{6} \times 10^6 \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \times 10^5 \quad (1)$$

۱۷۲- پاسخ گزینه ۲

$$K_{\max} = hf - W_0 = hf - hf_0 = 4/152 \times 10^{-19} - 4 \times 1/6 \times 10^{-19} \times \frac{5}{8} \times 10^{15} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = 1/25 \times 10^{-20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v_{\max}^2 = 1/25 \times 10^{-20} \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{25}{9} \times 10^{10} \Rightarrow v_{\max} = \frac{5}{3} \times 10^5 \frac{m}{s} = \frac{1}{6} \times 10^6 \frac{m}{s}$$

سوال ۱۷۳ - کدام یک از موارد زیر را نمی توان برای اتم های هیدروژن گونه با استفاده از مدل اتمی بور توجیه کرد ؟

- (۱) تبیین پایداری اتم
 (۲) طول موج های گسیلی طیف اتم
 (۳) گسسته بودن ترازهای انرژی الکترون در اتم (۴) متفاوت بودن شدت خط های طیف گسیلی اتم

۱۷۳- پاسخ گزینه ۴

علت تفاوت در شدت خطوطی طیف گسیلی اتم های هیدروژن گونه توسط مدل اتمی بور توجیه نمی شود.

سوال ۱۷۴ - در اتم هیدروژن در رشته بالمر ($n' = 2$) بلندترین طول موج گسیل شده چند نانومتر بیش تر از کوتاه ترین موج این رشته است؟ $[R = 1.097 \times 10^7 \text{ (nm)}^{-1}]$

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۵۰۰

۱۷۴- پاسخ گزینه ۲

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) : \begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{1.097 \times 10^7} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5}{3600} \rightarrow \lambda_{\max} = \frac{3600}{5} = 720 \text{ nm} \\ \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{1.097 \times 10^7} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \rightarrow \lambda_{\min} = 400 \text{ nm} \end{cases}$$

$\rightarrow \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = 720 - 400 = 320 \text{ nm}$

سوال ۱۷۵ - الکترون در اتم هیدروژن در حالت پایه قرار دارد. انرژی لازم برای اینکه الکترون از حالت پایه به اولین حالت برانگیخته جهش کند چند ژول است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و $E_R = 13.6 \text{ eV}$)

- (۱) 1.623×10^{-18} (۲) 3.176×10^{-18} (۳) 4.72×10^{-19} (۴) 5.44×10^{-19}

۱۷۵- پاسخ گزینه ۱

$$E = E_U - E_L = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow E = E_R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} E_R = \frac{3}{4} \times 13.6 = 10.2 \text{ eV}$$

$$E = 10.2 \text{ eV} \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.632 \times 10^{-18} \text{ J}$$

سوال ۱۷۶ - دانشمندی به یک نمونه از زغال قدیمی اشاره می کند که عمر این زغال حدود ۲۲۹۲۰ سال است. برای اثبات این ادعا کربن ۱۴ این زغال چند درصد مقدار عادی کربن ۱۴ موجود در زغالی باید باشد که تازه تولید شده است؟ (نیمه عمر کربن ۵۷۳۰ سال است).

۱۲/۵۰(۴) ۶/۲۵(۳) ۳/۱۳(۲) ۱/۵۶(۱)

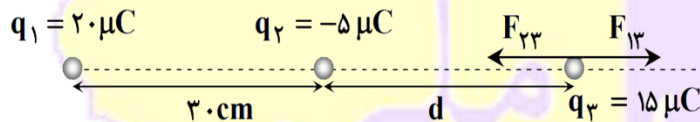
۱۷۶- پاسخ گزینه ۳

$$\text{تعداد نیمه عمر } n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{22920}{5730} = 4 \rightarrow N_0 \xrightarrow{\frac{T_{1/2}}{2}} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{\frac{T_{1/2}}{4}} \frac{N_0}{4} \xrightarrow{\frac{T_{1/2}}{8}} \frac{N_0}{8} \xrightarrow{\frac{T_{1/2}}{16}} \frac{N_0}{16} \rightarrow \frac{N}{N_0} \times 100 = \frac{1}{16} \times 100 = 6.25\%$$

سوال ۱۷۷ - دو بار الکتریکی نقطه ای $q_1 = 20 \mu\text{C}$ و $q_2 = -5 \mu\text{C}$ در فاصله ۳۰ سانتی متری از هم ثابت نگه داشته شده اند. بار الکتریکی $q_3 = 15 \mu\text{C}$ را در این محیط در نقطه ای قرار می دهیم که نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر باشد. در این حالت نیروی الکتریکی وارد بر بار q_2 چند نیوتن است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

۵(۴) ۳(۳) ۲/۵(۲) ۱/۵(۱)



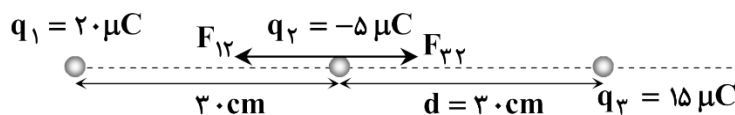
چون بارهای q_1 و q_2 نا همنام هستند.

بنابراین برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار سوم $q_3 = 15 \mu\text{C}$ در محلی روی خط واصل بین دو بار و در خارج فاصله بین آن ها و نزدیک به بار با اندازه کوچک تر برابر با صفر می شود ، یعنی:

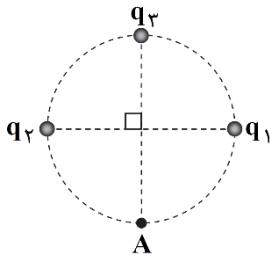
$$F = \frac{k|qq'|}{r^2} : \begin{cases} F_{13} = \frac{k|q_1q_3|}{(30+d)^2} \\ F_{23} = \frac{k|q_2q_3|}{d^2} \end{cases} \rightarrow F_{13} = F_{23} \rightarrow \frac{20}{(30+d)^2} = \frac{5}{d^2} \rightarrow 4 = \left(\frac{30+d}{d}\right)^2 \rightarrow 2 = \frac{30+d}{d} \rightarrow d = 30 \text{ cm}$$

حالا برآیند نیرو های وارد بر بار q_2 را حساب می کنیم:

$$\begin{cases} F_{12} = \frac{K|q_1q_2|}{r_{12}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(0/3)^2} = 10 \text{ N} \\ F_{32} = \frac{k|q_2q_3|}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 15 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(0/3)^2} = 7/5 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow F_{T2} = F_{12} - F_{32} = 10 - 7/5 = 2/5 \text{ N}$$



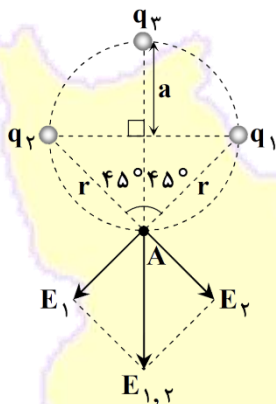
سوال ۱۷۸ - در شکل زیر میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر صفر است. $\left| \frac{q_2}{q_1} \right|$ چقدر است؟



۲(۱) $2\sqrt{2}(۲)$

۴(۳) $4\sqrt{2}(۴)$

۱۷۸ - پاسخ گزینه ۲



با توجه به اینکه میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر صفر است باید دو بار q_1 و q_2 با یکدیگر همنام و هم اندازه و هر دو با بار q_3 نامی باشند. فرض می کنیم q_1 و q_2 مثبت و q_3 منفی باشد. حالا میدان الکتریکی هر یک از بارهای q_1 و q_2 را رسم می کنیم. مطابق شکل مشاهده می کنید که زاویه بین این دو میدان 90° است؛ بنابراین برابری آن ها رو به پایین و اندازه آن برابر است با:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r^2} \xrightarrow{r=a\sqrt{2}} E_1 = \frac{k|q_1|}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{k|q_1|}{2a^2} \rightarrow E_2 = E_1 = \frac{k|q_1|}{2a^2} \rightarrow E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2} \frac{k|q_1|}{2a^2}$$

چون برابری میدان خالص در نقطه A صفر است میدان الکتریکی حاصل از بار q_3 باید هم اندازه $E_{1,2}$ و رو به بالا باشد؛ بنابراین داریم:

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{(2a)^2} = \frac{k|q_3|}{4a^2} = \frac{E_2 = E_{1,2}}{4a^2} = \frac{k|q_1|}{4a^2} \times \sqrt{2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{|q_1|} = 2\sqrt{2}$$

توجه: اگر q_1 و q_2 را منفی و q_3 را مثبت فرض می کردیم باز هم به همین جواب می رسیدیم.

سوال ۱۷۹- دو گوی رسانای کوچک و یکسان دارای بار الکتریکی $q_1 > 0$ و $|q_2| > q_1$ هستند و در فاصله معینی از هم قرار دارند و نیروی الکتریکی F را به هم وارد می کنند. اگر دو گوی را با هم تماس دهیم و در همان فاصله قرار دهیم نیروی الکتریکی که به هم وارد می کنند ۲۰ درصد کاهش می یابد. $\frac{|q_2|}{q_1}$ کدام است؟

- ۱۰(۴) ۵(۳) ۴(۲) ۲(۱)

۱۷۹- پاسخ گزینه ۳

چون نیروی بین دوبار پس از تماس با یکدیگر کاهش یافته پس علامت دوبار مخالف یکدیگر است:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 > 0 \\ |q_2| > q_1 \end{array} \right. \text{ قبل از تماس} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |q'_1| = |q'_2| = \frac{|q_2| - q_1}{2} \end{array} \right. \text{ بعد از تماس}$$

$$F = \frac{k|qq'|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \times \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{\left(\frac{|q_2| - q_1}{2}\right)^2}{q_1 |q_2|} \Rightarrow (|q_2| - q_1)^2 = \frac{16}{5} |q_1 q_2|$$

فرض می کنیم $|q_2| = nq_1$ باشد ($n > 1$) بنابراین داریم:

$$(n-1)^2 q_1^2 = \frac{16}{5} \times n q_1^2 \Rightarrow (n-1)^2 = \frac{16}{5} n \Rightarrow n^2 - 2n + 1 = \frac{16}{5} n \Rightarrow \begin{cases} n = 0/2 & \text{غ ق} \\ n = 5 & \checkmark \end{cases}$$

سوال ۱۸۰- دو کره فلزی یکسان A و B به شعاع های 5 cm دارای بارهای الکتریکی $q_A = 20 \mu\text{C}$ و $q_B = -4 \mu\text{C}$ را به هم تماس داده و از هم جدا می کنیم. چگالی سطحی بار کره A چند میکروکولن بر متر مربع کاهش می یابد؟ ($\pi = 3$)

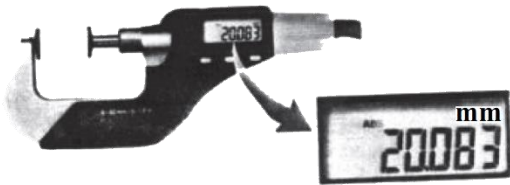
- ۱۵۰(۱) ۳۰۰(۲) ۴۰۰(۳) ۸۰۰(۴)

۱۸۰- پاسخ گزینه ۳

$$q' = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{20 - 4}{2} = 8 \mu\text{C}$$

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{1A} = \frac{20 \times 10^{-6}}{4\pi \times 25 \times 10^{-4}} \\ \sigma_{2A} = \frac{8 \times 10^{-6}}{4\pi \times 25 \times 10^{-4}} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{1A} - \sigma_{2A} = \frac{12 \times 10^{-6}}{\pi \times 10^{-4}} = 4 \times 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} = 400 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

سوال ۱۸۱ - ابزار زیر یک وسیله اندازه گیری طول است. این وسیله چه نام دارد و خطای اندازه گیری آن کدام است؟



- (۱) ریزسنج و 0.001 mm (۲) کولیس و 0.001 mm
 (۳) ریزسنج و 0.003 mm (۴) کولیس و 0.003 mm

۱۸۱- پاسخ گزینه ۱

وسيله اندازه گیری ریزسنج بوده و اندازه خطای آن برابر دقت اندازه گیری آن یعنی 0.001 mm است (چون وسیله اندازه گیری دیجیتالی است): پس گزینه ۱ درست است.

سوال ۱۸۲ - ظرفیت خازنی ۵ میکروفاراد و بار الکتریکی آن q است. اگر 3 mC بار الکتریکی را از صفحه منفی جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم انرژی ذخیره شده در خازن به اندازه $4/5$ افزایش می یابد. q چند میلی کولن است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۱۸۲- پاسخ گزینه ۲

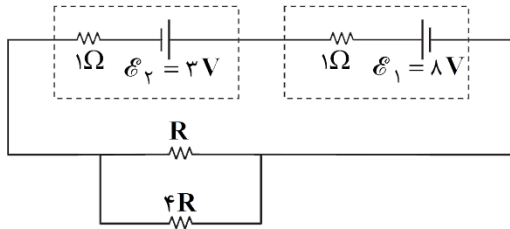
با جدا کردن بار مثبت از صفحه منفی و انتقال آن به صفحه مثبت بار خازن افزایش می یابد.

$$Q_1 = q \rightarrow Q_2 = q + 3 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C} - \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C} \Rightarrow 4/5 = \frac{1}{2C} ((q + 3 \times 10^{-3})^2 - q^2) = 10^5 (q^2 + 9 \times 10^{-3} q - q^2) \Rightarrow 3/6 = 600 q \Rightarrow q = 6 \times 10^{-3} = 6 \mu\text{C}$$

سوال ۱۸۳ - در مدار زیر اختلاف پتانسیل دو سر باتری \mathcal{E}_2 برابر $3/5$ ولت است. توان مصرفی مقاومت R

چند وات است؟



۲/۵(۲)

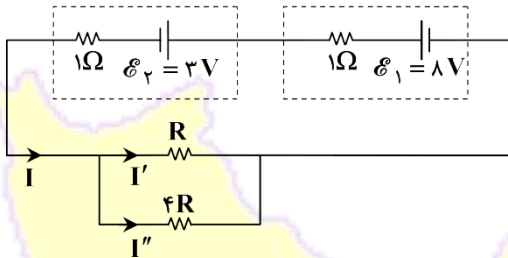
۱/۶(۱)

۱/۵(۴)

۳/۲(۳)

۱۸۳- پاسخ گزینه ۱

چون $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است جریان پادساعتگرد بوده و داریم:



$$V_r = \mathcal{E}_2 + I r_2 \Rightarrow 3/5 = 3 + (I \times 1) \Rightarrow I = \frac{1}{2} \text{ A} \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + (r_1 + r_2)} = \frac{8 - 3}{R_{eq} + 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{eq} = 8 \Omega$$

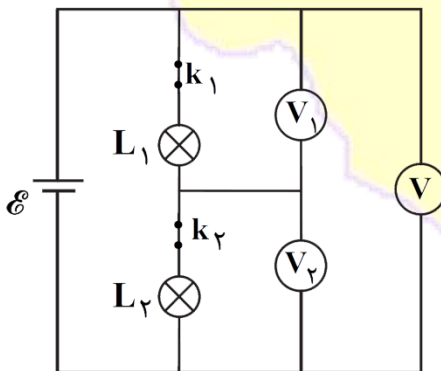
دو مقاومت R و $4R$ موازی اند:

$$R_{eq} = \frac{R \times 4R}{R + 4R} = \frac{4}{5} R = 8 \Rightarrow R = 10 \Omega \rightarrow I' R = I'' \times 4R \Rightarrow I' = 4 I'' \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$I' + I'' = I = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} 5 I'' = \frac{1}{2} \rightarrow I'' = 0.1 \text{ A} \text{ و } I' = 0.4 \text{ A} \Rightarrow P_R = I'^2 R = \frac{16}{100} \times 10 = 1/6 \text{ W}$$

سوال ۱۸۴ - در شکل زیر ولت سنج‌ها ارمانی هستند و هر دو لامپ روشن است. اگر کلید k_1 را قطع

کنیم کدام یک از ولت سنج‌ها صفر را نشان می‌دهد؟



V_2 (۲)

V_1 (۱)

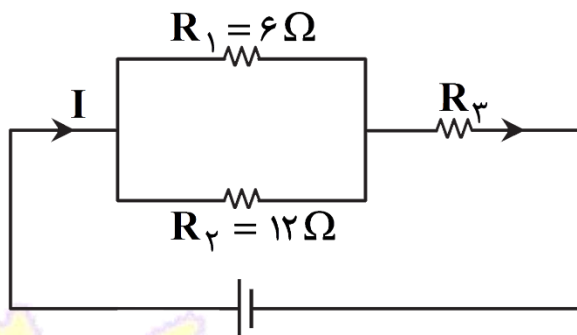
V و V_2 (۴)

V و V_1 (۳)

۱۸۴- پاسخ گزینه ۲

پس از قطع کلید k_1 ولت سنج V_1 با مقاومت بالا با مجموعه ولت سنج V_2 و دو لامپ L_2 متوالی می‌شود. عدد ولت سنج V برابر \mathcal{E} است. جریان عبوری از ولت سنج V_1 صفر است؛ بنابراین از لامپ L_2 نیز جریانی عبور نمی‌کند؛ در نتیجه اختلاف پتانسیل ولت سنج V_2 برابر صفر است و عدد ولت سنج V_1 برابر \mathcal{E} است.

سوال ۱۸۵- شکل زیر ، رابطه بین جریان عبوری از مقاومت های A و B و اختلاف پتانسیل دو سر آن مقاومت ها را نشان می دهد . مقاومت B چند برابر مقاومت A است؟



$\frac{4}{9}$ (۱)

$\frac{2}{3}$ (۲)

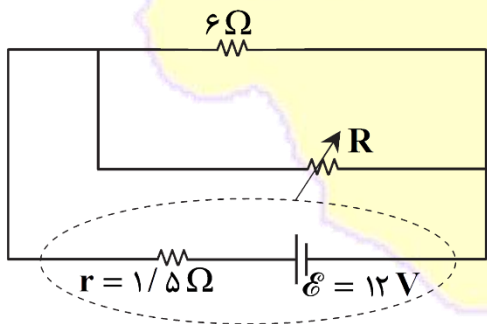
$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{9}{4}$ (۴)

۱۸۵- پاسخ گزینه ۳

$$P_{R_3} = I^2 R_3 \rightarrow P_{R_2} = \left(\frac{I}{3}\right)^2 R_2 = \frac{1}{9} I^2 \times 12 \times \frac{4}{3} I^2 \rightarrow P_{R_3} = 6 P_{R_2} \Rightarrow I^2 R_3 = 6 \times \frac{4}{3} I^2 \Rightarrow R_3 = 8 \Omega$$

سوال ۱۸۶- در شکل زیر اگر مقاومت متغیر از صفر به 18Ω افزایش یابد اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری از چند ولت به چند ولت تغییر می کند؟



۹ به ۱۲ (۲)

۶ به ۱۲ (۱)

۹ صفر به (۴)

۳ صفر به (۳)

۱۸۶- پاسخ گزینه ۴

اتصال کوتاه می شود 6Ω دو سر مقاومت $R = 0 \rightarrow R_{eq} = 0 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{12}{1/5} = 60 A \Rightarrow V_{\text{مولد}} = 12 - 60 \times 1/5 = 0$

$R = 18 \Omega \Rightarrow R_{eq} = \frac{18 \times 6}{18 + 6} = 4.5 \Omega \Rightarrow I = \frac{12}{4.5 + 1/5} = 2 A \Rightarrow V_{\text{مولد}} = 12 - 2 \times 1/5 = 9 V$

سوال ۱۸۷- در یک میدان مغناطیسی یکنواخت یک ذره a با سرعت $50 \frac{m}{s}$ عمود بر میدان مغناطیسی در حرکت است و شتاب حاصل از نیروی میغناطیسی $4 \times 10^{-5} \frac{m}{s^2}$ است. بزرگی میدان مغناطیسی چند گاوس است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$ و a جرم ذره $= 6/68 \times 10^{-27} kg$)

۴/۵۶(۴)

۳/۳۴(۳)

۲/۲۸(۲)

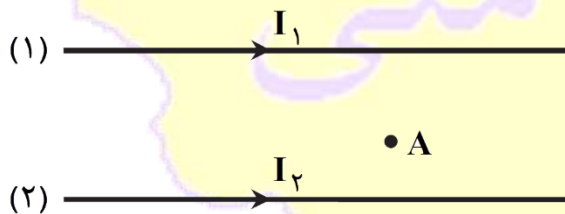
۱/۶۷(۱)

۱۸۷- پاسخ گزینه ۱

$$q_a = ze \rightarrow F = qvB \sin 90^\circ = ma$$

$$\Rightarrow F = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 50 \times B = 6/68 \times 10^{-27} \times 4 \times 10^{-5} \Rightarrow B = 1/67 \times 10^{-4} T = 1/67 G$$

سوال ۱۸۸- در شکل زیر از دو سیم موازی و بلند جریان های الکتریکی عبور می کند و اگر میدان مغناطیسی در نقطه A برابر صفر باشد. کدام مورد درست است؟



(۱) I_2 در خلاف جهت I_1 و کوچکتر از آن است.

(۲) I_2 در خلاف جهت I_1 و بزرگتر از آن است.

(۳) I_2 هم جهت با I_1 و بزرگتر از آن است.

(۴) I_2 هم جهت با I_1 و کوچکتر از آن است.

۱۸۸- پاسخ گزینه ۴

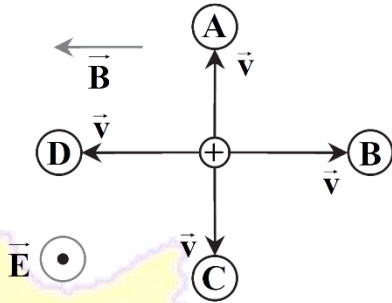
میدان حاصل از دو سیم موازی حامل جریان های همسو بین آن ها و نزدیک به سیم حامل جریان کمتر صفر است.

سوال ۱۸۹ - مطابق شکل زیر دو میدان یکنواخت الکتریکی و مغناطیسی عمود برهم در یک محیط

→

قرار دارند ذره ای با بار الکتریکی مثبت در آن فضا با سرعت V به کدام جهت حرکت کند تا بزرگی

نیروی خالص وارد بر آن بیشینه شود؟ (اثر وزن ذره ناچیز است.)



A(۱) B(۲)

C(۳) D(۴)

۱۸۹- پاسخ گزینه ۱

در صورت نیروی خالص وارد بر بار بیشینه است که نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر آن همسو باشند و چون بار مثبت است نیروی الکتریکی وارد بر آن $(F_e = Eq)$ هم جهت میدان الکتریکی و برون سو است. برای آنکه نیروی

→ →

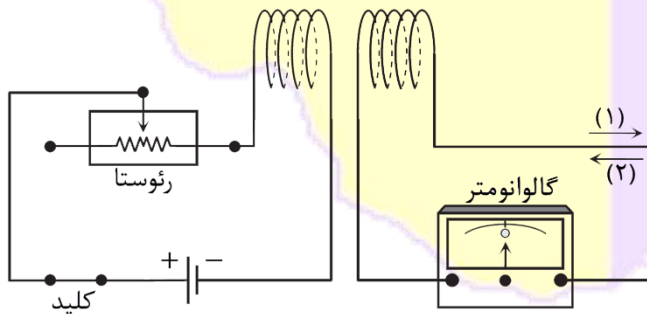
مغناطیسی وارد بر بار $(F_B = qvB)$ برون سو باشد با توجه به جهت B (سمت چپ) V باید به سمت بالا باشد تا جهت

→

F_B وارد بر آن با توجه به قاعده دست راست برون سو شود.

سوال ۱۹۰ - در شکل زیر در لحظه وصل کلید جهت جریان القایی کدام است و در حالتی که کلید وصل

است اگر مقاومت رئوستا را به تدریج کاهش دهیم در این حالت جهت جریان القایی کدام است؟



(۱) و (۱)(۱)

(۲) و (۱)(۲)

(۱) و (۲)(۳)

(۲) و (۲)(۴)

۱۹۰- پاسخ گزینه ۴

چه هنگام وصل کلید و چه هنگام کاهش مقاومت رئوستا جریان در مدار سمت چپ در حال افزایش بوده و مثل نزدیک شدن سیم پیچ سمت چپ به سیم پیچ سمت راست عمل می کند و شار عبوری از سیم پیچ سمت راست افزایش می یابد که طبق لنز جریان طوری القا می شود (جهت ۲) تا مانع از این افزایش شار می شود.

سوال ۱۹۱ - طول سیملوله A دو برابر طول سیملوله B و تعداد حلقه های آن نیز دو برابر تعداد حلقه های سیملوله B است. اگر شدت جریان الکتریکی عبوری از این ها با هم برابر باشد به ترتیب انرژی ذخیره شده در سیملوله A چند برابر انرژی سیملوله B است و میدان مغناطیسی درون سیملوله A چند برابر میدان ذخیره شده در سیملوله B است؟ (سیملوله ها بدون هسته آهنی و قطر حلقه های آن ها با هم برابر است).

۲ و ۴ (۴)

۲ و ۲ (۳)

۱ و ۲ (۲)

۱ و ۱ (۱)

۱۹۱- پاسخ گزینه ۲

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{\frac{1}{2} L_A I_A^2}{\frac{1}{2} L_B I_B^2} = \frac{\frac{\mu_0 N_A^2 A_A}{l_A}}{\frac{\mu_0 N_B^2 A_B}{l_B}} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \left(\frac{l_B}{l_A}\right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \frac{\frac{\mu_0 N_A I_A}{l_A}}{\frac{\mu_0 N_B I_B}{l_B}} = \frac{N_A}{N_B} \times \frac{l_B}{l_A} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

سوال ۱۹۲ - هواپیمایی به جرم 60 تن با تندی $80 \frac{m}{s}$ از باند فرودگاه بلند می شود و در مدت یک دقیقه تندی آن دو برابر می شود و به ارتفاع 600 متری از سطح زمین می رسد. در این یک دقیقه کار نیروی وزن روی هواپیما چند ژول است و انرژی مکانیکی هواپیما چند ژول افزایش می یابد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۲/۱۶ × ۱۰^۸ و -۳/۶ × ۱۰^۸ (۲)

۹/۳۶ × ۱۰^۸ و ۳/۶ × ۱۰^۸ (۱)

۹/۳۶ × ۱۰^۸ و -۳/۶ × ۱۰^۸ (۴)

۲/۱۶ × ۱۰^۸ و ۳/۶ × ۱۰^۸ (۳)

۱۹۲- پاسخ گزینه ۴

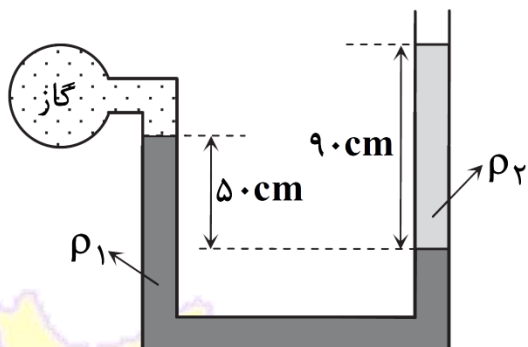
$$W_{mg} = -mgh = -6 \times 10^4 \times 10 \times 6 \times 10^2$$

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^4 \times 6400 = 19/2 \times 10^7 J$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^4 \times (4 \times 6400) + 6 \times 10^4 \times 10 \times 6 \times 10^2 = 112/8 \times 10^7 J$$

$$E_2 - E_1 = 112/8 \times 10^7 = 9/36 \times 10^8 J$$

سوال ۱۹۳- در شکل زیر دو مایع به حالت تعادل قرار دارند. اگر چگالی آن ها و $\rho_2 = 1 \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_1 = 1/2 \frac{g}{cm^3}$ باشد. فشار پیمانه ای گاز چند پاسکال است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- ۳۰۰۰ (۱)
- ۳۶۰۰ (۲)
- ۵۰۰۰ (۳)
- ۵۸۰۰ (۴)

۱۹۳- پاسخ گزینه ۱

$$p_{\text{گاز}} + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow p_{\text{گاز}} - P_0 = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1 = 1000 \times 10 \times 0.9 - 500 \times 10 \times 0.5 = 9000 - 5000 = 4000 \text{ Pa}$$

سوال ۱۹۴- اگر در عمق ۵ سانتی متری متری مایعی فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال و در عمق ۲۰ سانتی متری آن فشار ۱۰۶ کیلوپاسکال باشد فشار هوا در محیط چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- ۹۶ (۱)
- ۹۷ (۲)
- ۹۸ (۳)
- ۹۹ (۴)

۱۹۴- پاسخ گزینه ۳

$$\begin{cases} 1.05 = P_0 + \rho g h_1 \\ 1.06 \times 10^5 = P_0 + \rho g h_2 \end{cases} \Rightarrow (1.06 - 1) \times 10^5 = 6000 = \rho \times 10 \times 0.15 \Rightarrow 4000 \frac{kg}{m^3}$$

$$1.05 = P_0 + 4000 \times 10 \times \frac{5}{100} \Rightarrow P_0 = 98000 \text{ Pa} = 98 \text{ kPa}$$

سوال ۱۹۵- ۲۰ گرم یخ در دمای صفر درجه سلسیوس (نقطه ذوب) قرار دارد. چند ژول گرما لازم است تا آن ذوب کرده و دمای اب حاصل را به ۵۰ درجه فارنهایت برساند؟ ($c_{\text{اب}} = 4/2 \frac{J}{g \cdot ^\circ C}$ و $L_f = 336 \frac{J}{g}$)

- ۱۰۹۲۰ (۱)
- ۹۰۵۰ (۲)
- ۸۱۹۰ (۳)
- ۷۵۶۰ (۴)

۱۹۵- پاسخ گزینه ۴

$$Q_F = m L_f = 20 \times 336 = 6720 \text{ J} \rightarrow \Delta F = 1/8 \times \Delta \theta \Rightarrow 50 - 32 = 1/8 \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 140^\circ C$$

$$Q = mc \Delta \theta = 20 \times 4/2 \times 10 = 840 \text{ J} \rightarrow Q_{\text{ج}} = Q_F + Q = 6720 + 840 = 7560 \text{ J}$$

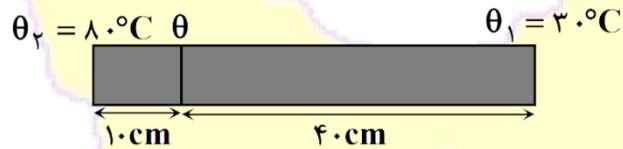
سوال ۱۹۶ - طول یک میله مسی 50cm و سطح مقطع آن 5cm^2 است. یک انتهای این میله در دمای ثابت 80°C و انتهای دیگر آن در دمای 30°C قرار دارد و بدنه آن عایق بندی شده است. در شرایط پایدار اهنگ شارش گرما در میله چند ژول بر ثانیه است و دمای میله در فاصله 10 سانتی متری انتهای گرم تر چند درجه سلسیوس است؟ ($k = 400 \frac{W}{m.K}$)

۷۰ و ۵۰ (۴)

۴۰ و ۵۰ (۳)

۷۰ و ۲۰ (۲)

۴۰ و ۲۰ (۱)

۱۹۶- پاسخ گزینه ۳


$$H = \frac{kA\Delta\theta}{l} = \frac{400 \times 5 \times 10^{-4} \times (80 - 30)}{50 \times 10^{-2}} = 20 \frac{J}{s}$$

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k \times A (\theta - 80)}{10} = \frac{k \times A (30 - \theta)}{40}$$

$$\Rightarrow 4\theta - 320 = 30 - \theta \rightarrow 5\theta = 350 \Rightarrow \theta = 70^\circ\text{C}$$

سوال ۱۹۷ - یک یخچال کارنو بین دما های 27°C و 127°C کار می کند. ضریب عملکرد آن چقدر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

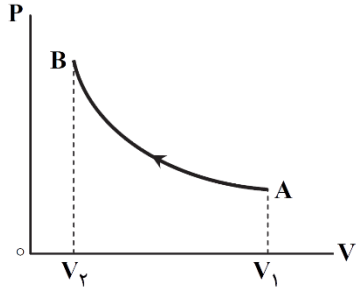
 $\frac{5}{3}$ (۲)

 $\frac{4}{3}$ (۱)

۱۹۷- پاسخ گزینه ۳

$$T_L = 27 + 273 = 300\text{K} \text{ و } T_H = 127 + 273 = 400\text{K} \rightarrow K = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{|Q_H| - Q_L} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{300}{400 - 300} = 3$$

سوال ۱۹۸- مطابق شکل زیر حجم مقدار معینی گاز آرمانی در یک فرایند بی دررو از V_1 به V_2 می



رسد. کدام موارد زیر درست است؟

الف- انرژی درونی گاز افزایش می یابد.

ب- دمای گاز کاهش می یابد.

پ- دمای گاز ثابت می ماند.

ت- کار انجام شده روی گاز برابر گرمایی است که گاز می دهد.

ث- کار انجام شده روی گاز برابر تغییر انرژی درونی گاز است.

(۴) پ و ت

(۳) ب و ث

(۲) الف و ت

(۱) الف و ث

۱۹۸- پاسخ گزینه ۱

$$\Delta V < 0 \Rightarrow W > 0 \rightarrow \Delta U_{\text{بی دررو}} = W + \underset{\text{صفر}}{Q} \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$$

موارد «الف» و «ث» درست هستند.

سوال ۱۹۹- فشار پیمانه ای مقداری گاز آرمانی $5 \times 10^4 \text{ Pa}$ و انرژی درونی آن 600 J است. اگر فشار پیمانه

ای گاز را دو برابر کنیم و هم زمان حجم گاز را نیز دو برابر کنیم انرژی درونی گاز چند ژول می شود؟ ($P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}$)

(۴) ۲۴۰۰

(۳) ۱۶۰۰

(۲) ۱۲۰۰

(۱) ۸۰۰

۱۹۹- پاسخ گزینه ۳

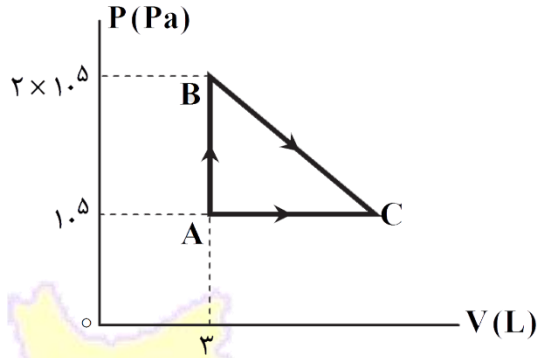
$$P_{\text{گاز ۱}} - P_0 = 5 \times 10^4 \Rightarrow P_{\text{گاز ۱}} = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa} \quad / \quad P_{\text{گاز ۲}} - P_0 = 10 \times 10^4 \Rightarrow P_{\text{گاز ۲}} = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1/5 \times 10^5 \times V_1}{T_1} = \frac{2 \times 10^5 \times 2V_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{8}{3}$$

انرژی درونی گاز تابع دمای مطلق گاز است:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{8}{3} \Rightarrow U_2 = \frac{8}{3} \times 600 = 1600 \text{ J}$$

سوال ۲۰۰ - مطابق شکل زیر مقداری گاز آرمانی دو اتمی از دو مسیر از حالت A به حالت C می رسد. اگر افزایش انرژی درونی گاز در رسیدن از A به C، 1000 J باشد گرمایی که گاز در مسیر ABC می گیرد چند ژول است؟



۸۰۰ (۱)

۱۲۵۰ (۲)

۱۶۰۰ (۳)

۱۷۵۰ (۴)

۲۰۰ - پاسخ گزینه ۳

$$\Delta U_{AC} = Q_{AC} + W_{AC} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} P(V_C - V_A) - P(V_C - V_A) \Rightarrow 1000 = \frac{5}{2} \times 1.05 (V_C - 3 \times 10^{-2}) \Rightarrow V_C = 7 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} + W_{ABC} \Rightarrow 1000 = Q_{ABC} - \frac{2 \times 1.05 + 1 \times 1.05}{2} (4 \times 10^{-2}) \Rightarrow Q_{ABC} = 1600 \text{ J}$$



مدرس فیزیک: استاد محمد نصرالهی

نفر دوم المپیاد فیزیک کشور

سابقه تدریس: ۱۲ سال

مؤلف : ۸ عنوان کتاب کمک آموزشی

رتبه های برتر: علیرضا بیرانوند (رتبه ۴۱ تجربی)، غزل نعمتی (رتبه ۵۷ تجربی)، پدram
قیاسوند (رتبه ۸۹ تجربی)، کیانا طاهری (رتبه ۹۲ تجربی)، مرضیه حسینی (رتبه ۲۰۳
تجربی)، فاطمه طاهرخانی (رتبه ۳۰۲ تجربی)، احمد نصیری (رتبه ۳۴۹ تجربی)، فاطمه
رستمی (رتبه ۴۰۷ تجربی) و غیره.....



مدرس مدارس : سمپاد، علوم، هدف در تهران

مدرس پروازی شهرهای: اهواز، اصفهان، تبریز، اراک، زاهدان، گنبد و گرگان

جهت دیدن فیلم آموزشی همه دروس به همراه جزوه آنها
از پایه هفتم تا کنکور وارد سایت ((آموزش ملی)) شوید



**در تدریس طول سال، اساتید از پایه هفتم تا دوازدهم
صفر تا صد مطالب را آموزش داده اند.**



**در تدریس جمع بندی، اساتید از پایه دهم تا دوازدهم
مطالب را به صورت خلاصه و مفید تدریس کرده اند.**

جهت دانلود دفترچه کنکور و سوالات دی و خرداد ماه به همراه پاسخنامه کاملا تشریحی آنها از
پایه هفتم تا کنکور وارد سایت ((آموزش ملی)) شوید



دوره دانشگاه اصلاح نبود سلامت اصلاح می‌شود
علم خدمتی اوست

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

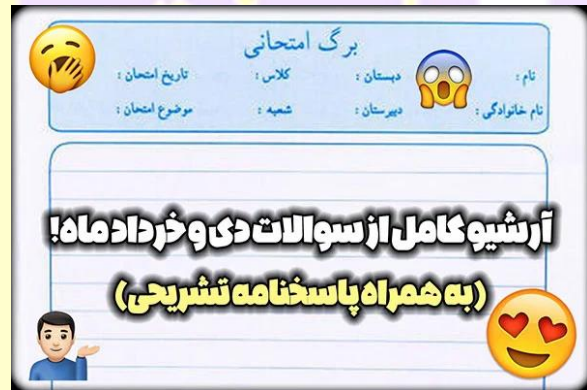
دفترچه شماره ۲
صبح پنجشنبه

آزمون سراسری ورودی دانشگاه های کشور - همه سالها
آزمون اختصاصی به همراه پاسخنامه تشریحی
گروه آزمایشی ریاضی، تجربی و انسانی

تعداد سوال: ۱۲۵

مدت پاسخ گویی: ۱۷۵ دقیقه

وبسایت نظام آموزشی ۳-۲-۱



برگ امتحانی

نام :
نام خانوادگی :
دبستان :
دبیرستان :
کلاس :
شعبه :
تاریخ امتحان :
موضوع امتحان :

آرشیو کامل از سوالات دی و خرداد ماه!
(به همراه پاسخنامه تشریحی)

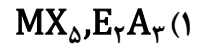
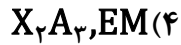
برای ورود به سایت ، نام ((آموزش ملی)) را در گوگل جستجو کنید



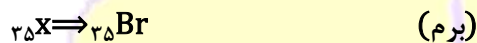
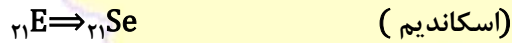
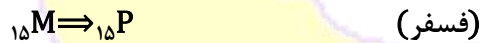
یا کد بالا را اسکن کنید و یا روی لینک <http://www.amoozeshmelli.com> بزنید.

شیمی

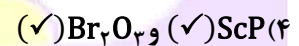
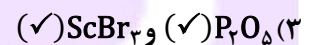
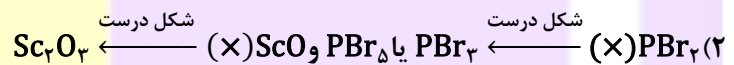
سوال ۲۰۱- با توجه به جایگاه عنصرهای A ، M ، E ، X در جدول تناوبی و آرایش الکترونی آنها در کدوم گزینه تشکیل هر دو ترکیب ناممکن است؟



۲۰۱- پاسخ گزینه ۲



بررسی گزینه ها:



توجه: در گزینه های ۱، ۳ و ۴ یکی از ترکیبات یونی اسکاندیم داده شده که همگی درست هستند؛ بنابراین تنها با چک کردن این ترکیب ها می توانستیم به گزینه ۲ برسیم.

سوال ۲۰۲ - چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- هر زیر لایه با اعداد کوانتومی n و l مشخص می شود.
- به ترتیب پر شدن زیر لایه ها تنها به عدد کوانتومی اصل وابسته است.
- از رابطه $a = 4l + 2$ گنجایش الکترونی زیر لایه ها (a) را می توان معین کرد.
- در اتم ${}_{29}\text{Cu}$ نسبت شمار الکترون های دارای $l=0$ به $l=2$ برابر $0/7$ است.

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۲۰۲- پاسخ گزینه ۳

عبارت های اول ، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت های دوم و چهارم:

عبارت دوم: ترتیب پر شدن زیر لایه ها به حاصل $(n + l)$ وابسته است.

عبارت چهارم:



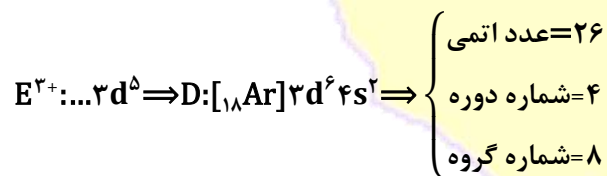
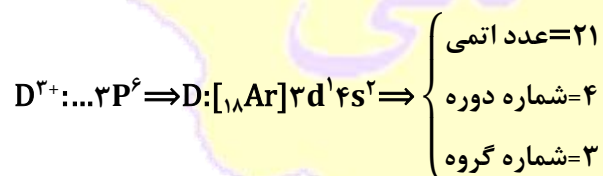
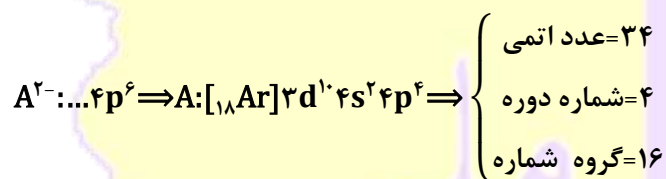
$$l=0 \Rightarrow s \Rightarrow \text{الکترون } 7 \Rightarrow \frac{7}{10} = 0/7$$

$$l=2 \Rightarrow d \Rightarrow \text{زیر لایه } 3d^1 \Rightarrow \text{الکترون } 10$$

سوال ۲۰۳ - ارایش الکترونی بیرونی ترین زیرلایه یون های تک اتمی A^{2-} , D^{3+} و E^{3+} به ترتیب به $4P^6$, $3d^5$ و $3P^6$ ختم می شود. کدام مطلب درباره آن ها درست است؟

- (۱) عنصر E در گروه ۷ و عنصر D در گروه ۱۳ جدول تناوبی جای دارند.
- (۲) واکنش پذیری عنصر های E و D بیشتر از واکنش پذیری فلز قلیایی هم دوره آن ها است.
- (۳) ویژگی های شیمیای عنصر A مشابه عنصر هم دوره خود در گروه ۱۸ جدول تناوبی است.
- (۴) عدد اتمی یکی از عنصرهای هم گروه عنصر A با شماره گروه آن ها در جدول تناوبی یکسان است.

۲۰۳- پاسخ گزینه ۴



عنصر A به گروه ۱۶ است و عنصر D نیز هم گروهی آن می باشد.

بررسی گزینه های نادرست:

- (۱) عنصر E در گروه ۸ و عنصر D در گروه ۳ قرار دارد.
- (۲) واکنش پذیری عنصرهای D و E که جزء عنصرهای دسته d هستند از واکنش پذیری فلزهای قلیایی کمتر است.
- (۳) عنصر A یک نافلز از گروه ۱۶ است و ویژگی های شیمیایی آن با عنصرهای گروه ۱۸ متفاوت است.

سوال ۲۰۴- کدام مطالب زیر درباره عنصر قبل از کریپتون (${}_{36}\text{Kr}$) در دوره چهارم جدول تناوبی درست است؟

(آ) با عنصر A_{52} در جدول تناوبی هم گروه است.

(ب) شعاع اتمی آن از شعاع اتمی عنصر X_{19} بزرگتر است.

(پ) خاصیت نافلزی آن در مقایسه با عنصر M_{17} کمتر است.

(ت) حالت فیزیکی آن با حالت فیزیکی عنصر های واسطه هم دوره خود متفاوت است.

(ث) شماره الکترون های دارای عدد کوانتومی $l=1$ اتم آن برابر شماره گروه آن در جدول تناوبی است.

(۱) آ و ت (۲) ب، پ (۳) آ، ب، ث (۴) پ، ت، ث

۲۰۴- پاسخ گزینه ۴

عبارت های «پ» و «ت» و «ث» درست هستند.

عنصر قبل از کریپتون عنصر برم (${}_{35}\text{Br}$) است که در دوره چهارم و گروه ۱۷ قرار دارد.

(پ) در گروه ۱۷ از بالا به پایین خاصیت نافلزی عنصرها کاهش می یابد.

(ت) در دمای اتاق برم مایع و عنصرهای واسطه دوره چهارم جامد هستند.

(ث) ۱۷ الکترون با $l=1 \Rightarrow (2p^6 3p^6 4p^5) \Rightarrow {}_{35}\text{Br}: [{}_{18}\text{Ar}] 3d^1 4s^2 4p^5$

بررسی عبارت های نادرست:

(الف) عنصر A_{52} در گروه ۱۶ و عنصر Br_{35} در گروه ۱۷ قرار دارد.

(ب) هر دو عنصر X_{19} و Br_{35} در دوره چهارم قرار دارند. در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می یابد.

سوال ۲۰۵ - فلز A با هالوژن X ترکیبی با فرمول شیمیایی AX_2 تشکیل می دهد. این ترکیب بر اثر گرما

مطابق واکنش: $2AX_2(s) \xrightarrow{\Delta} 2AX(s) + X_2(g)$ تجزیه می شود. هر گاه $1/12$ گرم از AX_2 به طور کامل تجزیه شود و $0/72$ گرم AX و $71/25$ میلی لیتر گاز X_2 تشکیل شود جرم اتمی هالوژن X چند برابر جرم اتمی فلز A است؟ (حجم مولی گاز ها را در شرایط آزمایش برابر $28/5$ لیتر در نظر بگیرید.)

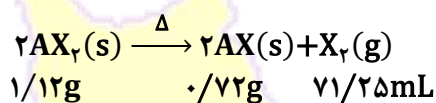
۱/۷۵(۴)

۱/۵(۳)

۱/۲۵(۲)

۱/۱۵(۱)

۲۰۵- پاسخ گزینه ۲



$$\frac{1/12}{2 \times (A+2X)} = \frac{0/72}{2(A+X)} \Rightarrow 112(A+X) = 7(A+2X) \Rightarrow 40A = 32X \Rightarrow \frac{X}{A} = \frac{40}{32} = 1/25$$

سوال ۲۰۶ - فرمول شیمیایی چند ترکیب یونی زیر درست است؟

• منیزیم نیتريد: Mg_3N_2 • گالیم کلريد: $GaCl_3$ • مس (II) سولفید: Cu_2S

• کبالت (III) سولفات: $CO_2(SO_4)_3$ • باریم سیانید: $Ba(CN)_2$ • روی فسفات: $Zn_3(PO_4)_2$

۶(۴)

۵(۳)

۴(۲)

۳(۱)

۲۰۶- پاسخ گزینه ۲

× گالیم کلريد: $GaCl_3$ ← شکل درست

✓ منیزیم نیتريد: Mg_3N_2

× کبالت (III) سولفات: $CO_2(SO_4)_3$ ← شکل درست

× مس (II) سولفید: CuS ← شکل درست

✓ روی فسفات: $Zn_3(PO_4)_2$

✓ باریم سیانید: $Ba(CN)_2$

سوال ۲۰۷ - اتم های موجود در یک مکعب به ابعاد ۴ سانتی متر از فلز منگنز به تقریب دارای چند مول الکترون ظرفیتی است؟ (جرم هر سانتی متر مکعب از فلز منگنز را برابر ۷/۵ گرم در نظر بگیرید $({}_{25}\text{Mn} = 55 \text{g.mol}^{-1})$)

۶۷/۲(۴)

۶۵/۸(۳)

۶۱/۱(۲)

۵۷/۵(۱)

۲۰۷- پاسخ گزینه ۲

$$\text{حجم مکعب} = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^3$$

$$\text{جرم مکعب} = 64 \text{ cm}^3 \times \frac{7.5 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} = 480 \text{ g Mn}$$

$$\text{تعداد مول Mn} = \frac{480 \text{ g}}{55 \text{ g.mol}^{-1}} \approx 8.73 \text{ mol}$$

هر مول منگنز (${}_{25}\text{Mn}: [{}_{18}\text{Ar}] 3d^5 4s^2$) دارای ۷ مول الکترون ظرفیتی است: $8.73 \times 7 = 61.1$

سوال ۲۰۸ - کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(آ) در موارد مولکولی ناقطبی با افزایش جرم مولی نیروهای بین مولکولی افزایش می یابد.

(ب) با این که جرم مولی گاز های N_2 و CO برابر است CO زود تر از N_2 به مایع تبدیل می شود.

(پ) اب و هیدروژن سولفید هر دو مولکول های خمیده قطبی و نقطه جوش نزدیک به یکدیگر دارند.

(ت) چون جرم مولی F_2 از جرم مولی HCl بیشتر است نقطه جوش ان از نقطه جوش HCl بالاتر است.

۴) ب, ت

۳) ب, پ

۲) آ, ت

۱) آ, ب

۲۰۸- پاسخ گزینه ۱

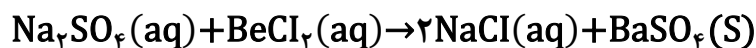
عبارت های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

(پ) مولکول اب به دلیل توانایی برقراری پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری نسبت به هیدروژن سولفید دارد.

(ت) HCl قطبی و F_2 ناقطبی است; به همین دلیل HCl نقطه جوش بالاتری دارد.

سوال ۲۰۹ - یک نمونه ناخالص دارای ۸۸ درصد جرمی Na_2SO_4 و ۱۰ درصد جرمی آب است. بر اثر جذب رطوبت مقدار آب آن به ۲۰ درصد می رسد درصد جرمی تقریبی این نمک در شرایط جدید کدام است و اگر جرم نمونه اولیه ۳۵/۵ گرم باشد از واکنش کامل آن با باریم کلرید چند گرم ماده نامحلول در آب تشکیل می شود؟ (گزینه هارا از راست به چپ بخوانید نا خالصی با $\text{BaCl}_2(\text{aq})$ واکنش نمی دهد. $(\text{O}=۱۶, \text{Na}=۲۳, \text{S}=۳۲, \text{Ba}=۱۳۷: \text{g.mol}^{-1})$)



$$۵۱/۲۶, ۷۴/۹(۲)$$

$$۵۱/۲۶, ۷۸/۲(۱)$$

$$۸۵/۲۲, ۷۴/۹(۴)$$

$$۸۵/۲۲, ۷۸/۲(۳)$$

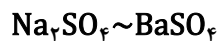
۲۰۹- پاسخ گزینه ۱

با جذب x گرم آب درصد آب در نمونه به ۲۰ رسیده است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم نمونه}} \times 100 = 20 \Rightarrow \frac{10+x}{100+x} \times 100 = 20 \Rightarrow 100+x = 50+5x \Rightarrow x = 12/5 \text{g}$$

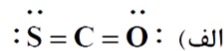
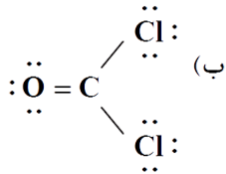
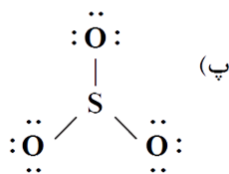
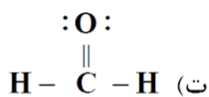
$$\frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم نمونه نهایی}} \times 100 = \frac{88}{100+12/5} \times 100 \approx 78/2$$

برای قسمت دوم با توجه به معادله واکنش خواهیم داشت:



$$\frac{35/5 \times \frac{88}{100}}{1 \times 142} = \frac{X}{1 \times 233} \Rightarrow X = 51/26 \text{ gBaSO}_4$$

سوال ۲۱۰- با توجه با قاعده هشتایی ساختار لوویس کدام مولکول های زیر درست است؟



(۴) پ, ر ت

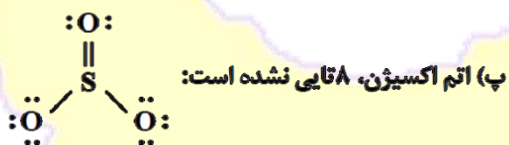
(۳) آ, ر ت

(۲) ب, ر پ

(۱) آ, ر ب

۲۱۰- پاسخ گزینه ۳

موارد الف و ت درست هستند. بررسی موارد نادرست:



سوال ۲۱۱- معادله «انحلال پذیری-دما» برای نمک A در اب به صورت: $S = 0.97\theta + 35$ است. اگر

نسبت انحلال پذیری نمک A به نمک B در دماهای 0°C و 40°C به ترتیب برابر ۱ و $2/46$ باشد نسبت غلظت مولار محلول سیر شده B به غلظت مولار محلول سیرش A در دمای 50°C به ترقیب کدام است؟ (جرم مولی نمک A و B به ترتیب برابر ۳۳۰ و ۱۱۰ گرم در نظر گرفته شود از تغییر حجم اب در اثر حل کردن نمک چشم پوشی شود معادله «انحلال پذیری - دما» در اب برای نمک B به صورت خطی است.)

(۴) $2/51$

(۳) $1/65$

(۲) $1/03$

(۱) $0/69$

۲۱۱- پاسخ گزینه ۲

$$S(A) = 0.97\theta + 35 \begin{cases} \theta = 0 \Rightarrow S(A) = 35 \\ \theta = 40 \Rightarrow S(A) = 73/8 \end{cases}$$

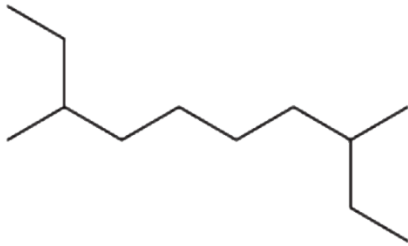
$$\theta = 0 \Rightarrow \frac{S(A)}{S(B)} = 1 \Rightarrow S(B) = 35$$

$$\Rightarrow S(B) = -0.125\theta + 35$$

$$\theta = 40 \Rightarrow \frac{S(A)}{S(B)} = 2/46 \Rightarrow S(B) = \frac{73/8}{2/46} = 30$$

$$\theta = 50 \Rightarrow \begin{cases} S(A) = 0.97(50) + 35 = 83/5 \\ S(B) = -0.125(50) + 35 = 28/75 \end{cases} \rightarrow \frac{\text{غلظت مولار محلول سیر شده B}}{\text{غلظت مولار محلول سیر شده A}} = \frac{\text{مول B}}{\text{مول A}} = \frac{28/75}{110} = \frac{83/5}{330} \approx 1/03$$

سوال ۲۱۲- کدام موارد از مطالب زیر درباره الکانی با فرمول «پیوند-خط» روبه رو درست است؟ ($H=1, C=12: g.mol^{-1}$)



(آ) نام آن ۲-اتیل-۷-متیل نونان است.

(ب) جرم مولی آن ۴/۱۵ برابر جرم مولی پروپین است.

(پ) فرمول مولکولی آن با فرمول مولکولی ۳-اتیل دکان یکسان است.

(ت) شمار گروه های CH_2 در مولکول آن ۱/۵ برابر شمار گروه های CH_3 است.

(۴) ب, پ, ت

(۳) آ, ب, پ

(۲) پ, ت

(۱) آ, ت

۲۱۲- پاسخ گزینه ۲

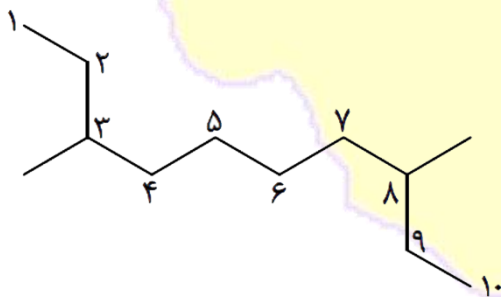
عبارت های «پ» و «ت» درست هستند.

(پ) الکان داده شده مانند ۳-اتیل دکان ۱۲ کربنی است.

(ت) در ترکیب داده شده ۶ گروه CH_2 و ۴ گروه CH_3 وجود دارد: $\frac{6}{4} = 1.5$

بررسی عبارت های نادرست:

(الف)



۸,۳-دی متیل دکان

(ب)

$$\frac{\text{جرم مولی الکان } (C_{12}H_{26})}{\text{جرم مولی پروپین } (C_3H_4)} = \frac{170}{40} = 4.25$$

سوال ۲۱۳ - ۱۰ میلی متر محلول سولفوریک اسید با ۲۱۰ میلی گرم منیزیم کربنات واکنش کامل می دهد. جرم اسد در ۱۰۰ میلی لیتر محلول ان چند گرم و غلظت ان چند مولار است؟



(گزینه ها را از راست به چپ بخوانید $\text{H}=۱, \text{C}=۱۲, \text{O}=۱۶, \text{Mg}=۲۴, \text{S}=۳۲: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

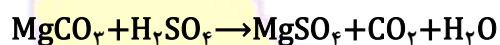
۰/۵۰, ۴/۹(۴)

۰/۲۵, ۴/۹(۳)

۰/۵۰, ۲/۴۵(۲)

۰/۲۵, ۲/۴۵(۱)

۲۱۳- پاسخ گزینه ۱



$$\frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب} \times ۱} \Rightarrow \frac{۰/۲۱۰}{۱ \times ۸۴} = \frac{x \times ۰/۰۱}{۱ \times ۱} \Rightarrow x = ۰/۲۵ \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{جرم} \text{H}_2\text{SO}_4 \text{ در } ۱۰۰ \text{ میلی متر محلول} = ۰/۱ \text{ L} \times \frac{۰/۲۵ \text{ mol}}{۱ \text{ L}} \times \frac{۹۸ \text{ g}}{۱ \text{ mol}} = ۲/۴۵ \text{ g}$$

سوال ۲۱۴ - چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($H=1, C=12, Br=80: g \cdot mol^{-1}$)

- گاز متان سنگ بنای صنایع پتروشیمی است.
- ۰/۲۵ مول از هر الکن با ۴۰ گرم برم واکنش کامل می دهد.
- در مولکول الکن ها دو اتم کربن وجود دارد که هر یک به سه اتم دیگر متصل اند.
- جرم مولی دومین عضو خانواده الکن ها ۰/۷۵ جرم مولی دومین عضو خانواده الکین هاست.

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

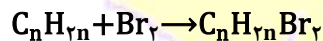
۱(۱)

۲۱۴- پاسخ گزینه ۳

عبارت های دوم، سوم و چهارم درست اند.

عبارت اول: گاز اتن، سنگ بنای صنایع پتروشیمی است.

عبارت دوم:



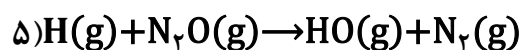
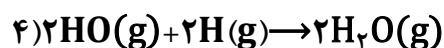
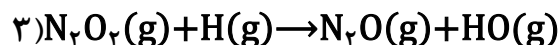
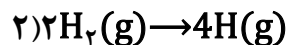
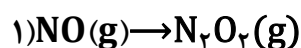
$$0.25 \text{ mol } C_n H_{2n} \times \frac{1 \text{ mol } Br_2}{1 \text{ mol } C_n H_{2n}} \times \frac{160 \text{ g } Br_2}{1 \text{ mol } Br_2} = 40 \text{ g}$$

عبارت سوم: در الکن ها کربن های پیوند دوگانه هر کدام به سه اتم دیگر متصل هستند.

عبارت چهارم:

$$\begin{aligned} C_2 H_6 \Rightarrow \text{جرم مولی} = 30 \text{ g} & \Rightarrow \frac{30}{40} = 0.75 \\ C_3 H_6 \Rightarrow \text{جرم مولی} = 40 \text{ g} & \end{aligned}$$

سوال ۲۱۵ - مراحل انجام یک واکنش کلی عبارت اند از:



ΔH این واکنش کلی برابر چند کیلوژول است؟ انتاپی پیوند های $\text{N}=\text{O}$, $\text{H}-\text{H}$, $\text{N}\equiv\text{N}$ و میانگین انتالپی پیوند $\text{H}-\text{O}$ به ترتیب برابر ۹۴۴, ۴۳۶, ۶۰۷ و ۴۶۳ کیلوژول است.

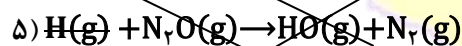
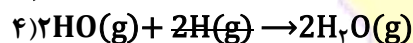
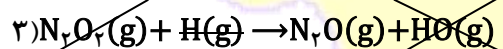
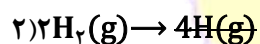
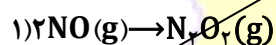
-۷۱۰ (۴)

+۷۱۰ (۳)

+۲۱۶ (۲)

-۲۱۶ (۱)

۲۱۵ - پاسخ گزینه ۴



$$\Delta H = [2\Delta H(\text{N}=\text{O}) + 2\Delta H(\text{H}-\text{H})] - [\Delta H(\text{N}\equiv\text{N}) + 4\Delta H(\text{O}-\text{H})] = [(2 \times 607) + (2 \times 436)] - [944 + (4 \times 463)] = -710 \text{ kJ}$$

سوال ۲۱۶- با توجه به جدول زیر که به بخشی از جدول تناوبی مربوط است چند مورد از مطالب زیر درست است؟

گروه دوره	۱	۲	...	۱۶	۱۷
۲		A		D	
۳	E			G	
۴		X	...		Z

- خصلت فلزی A در مقایسه با E کمتر است.
- تمایل G در گرفتن الکترون از D بیشتر است.
- شعاع اتمی X از شعاع اتمی D و G بزرگتر است.

• در میان عنصرهای مشخص شده Z بزرگ ترین شعاع اتمی را دارد.

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۲۱۶- پاسخ گزینه ۲

عبارت های اول و سوم درست هستند.

عبارت اول: در یک گروه از بالا به پایین و در یک دوره از راست به چپ خصلت فلزی عنصرها بیشتر می شود.

عبارت دوم: تمایل به گرفتن الکترون یا خصلت نافلزی در یک گروه از بالا به پایین کاهش می یابد.

عبارت سوم: در یک گروه از بالا به پایین و در یک دوره از راست به چپ شعاع اتمی عنصرها بزرگ تر می شود.

عبارت چهارم: شعاع اتمی X از Z بیشتر است.

سوال ۲۱۷- اگر ۲۴/۶ کیلوژول گرما به ۵/۰ کیلوگرم اتانول داده شود و دمای آن از ۱۹°C به ۳۹°C افزایش یابد گرمای ویژه آن برابر چند $J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ است و با همین مقدار گرمای داده شده به اتانول به تقریب چند گرم گاز اکسیژن را می توان در شرایط مناسب به اوزون تبدیل کرد؟ (ΔH واکنش این تبدیل را $+295 kJ$ در نظر بگیرید $0 = 16 g \cdot mol^{-1}$)

۲/۷۰, ۲۴/۶(۴)

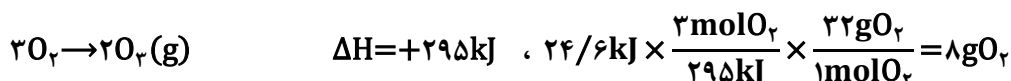
۲/۷۰, ۲/۴۶(۳)

۸/۰۰, ۲۴/۶(۲)

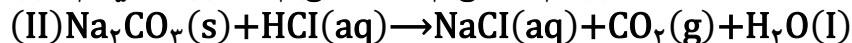
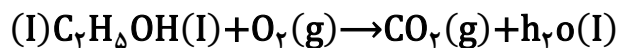
۸/۰۰, ۲/۴۶(۱)

۲۱۷- پاسخ گزینه ۱

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow c = \frac{24/6 \times 100}{0.5 \times 100 \times 20} = 2/46 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$$

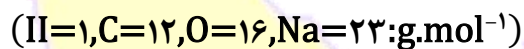


سوال ۲۱۸ - درباره دو واکنش داده شده چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (معادله واکنش ها موازنه می شود).



- مطابق واکنش I از سوختن یک مول اتانول ۴۴/۸ لیتر گاز در شرایط STP تولید می شود.
- اگر از واکنش ۷/۵ مول اسید ۶۰/۷۵ گرم آب تشکیل شود بازده واکنش برابر ۹۰ درصد است.
- به ازای جرم برابر از واکنش دهنده کربن دار نسبت مولی CO₂ در واکنش I به واکنش II برابر ۷۹/۵ است.

• اگر از واکنش ۱۰۰ گرم Na₂CO₃ ناخالص ۱/۵ مول نمک تشکیل شود درصد خلوص آن برابر ۷۹/۵ است.



۴(۴)

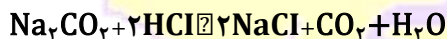
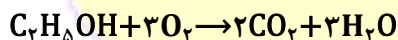
۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۲۱۸- پاسخ گزینه ۴

همه عبارت های داده شده درست هستند.



■ به ازای هر مول اتانول ۲ مول CO₂ معادل ۴۴/۸ = ۲ × ۲۲/۴ لیتر CO₂ تولید می شود.



$$\frac{7/5 \times \frac{x}{100}}{2 \times 1} = \frac{60/75}{1 \times 18} \Rightarrow (بازده درصدی) x = 90$$

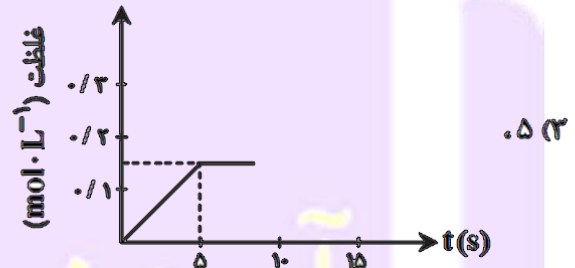
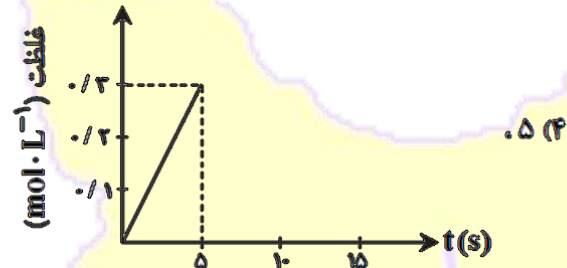
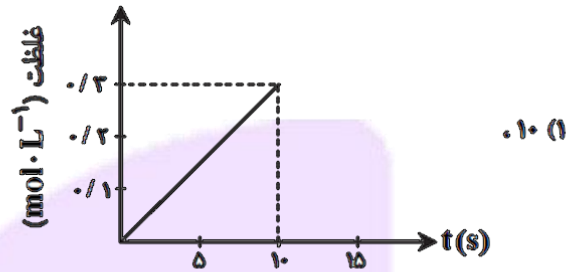
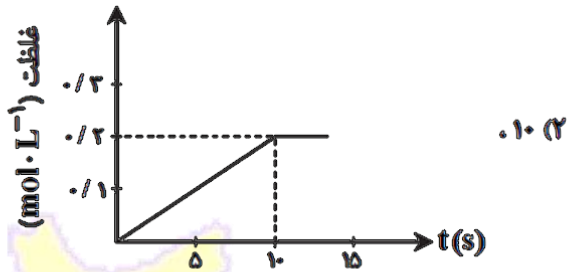
■ فرض می کنیم در هر دو واکنش m گرم واکنش دهنده کربن دار مصرف شود.

$$I \begin{cases} C_2H_5OH \sim 2CO_2 \\ \frac{m}{1 \times 46} = \frac{x'}{1 \times 1} \Rightarrow x' = \frac{m}{103} \Rightarrow \frac{x}{x'} = \frac{106}{23} = 4/6 \end{cases}$$

$$II \begin{cases} Na_2CO_3 \sim 2CO_2 \\ \frac{m}{1 \times 106} = \frac{x'}{1 \times 1} \Rightarrow x' = \frac{m}{106} \end{cases}$$

$$Na_2CO_3 \sim 2NaCl \rightarrow \frac{100 \times \frac{x}{100}}{1 \times 106} = \frac{1/5}{2 \times 1} \Rightarrow x = 79/5$$

سوال ۲۱۹- اگر ۱ مول $KClO_3$ در گرما و در مجاورت کاتالیزگر در یک ظرف ۵ لیتری با سرعت ثابت $0.1 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ مطابق واکنش: $2KClO_3(s) \rightarrow 2KCl(s) + 3O_2(g)$ تجزیه شود واکنش پس از چند ثانیه کامل می شود و نمودار تغییرات غلظت مولار O_2 نسبت به زمان به کدام صورت است؟



۲۱۹- پاسخ گزینه ۱

$$t = 1 \text{ mol } KClO_3 \times \frac{1 \text{ s}}{0.1 \text{ mol } KClO_3} = 10 \text{ s}$$

$$n_{O_2} = 1 \text{ mol } KClO_3 \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KClO_3} = 1.5 \text{ mol } O_2$$

$$[O_2]_{\text{نهایی}} = \frac{1.5 \text{ mol}}{5 \text{ L}} = 0.3 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

سوال ۲۲۰ - کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(آ) فرمول عمومی پلی استرها $\left[\text{C} \begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{C} \end{array} - \text{C} \begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{C} \end{array} - \text{O} - \text{R} - \text{O} \right]_n$ است.

(ب) نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی به پیوندی در ساختار مونومر سازنده تفلون برابر ۲ است.

(پ) ناخن و پوست بدن از پلیمرهای طبیعی با گروه های عاملی دارای اتم های O ، C و n تشکیل شده اند.

(ت) میانگین جرم مولی پلی اتن حاصل از پلیمری شدن اتن مستقل از مقدار کاتالیزگر مورد استفاده است.

(۴) پ، ت

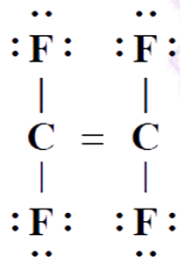
(۳) ب، پ

(۲) آ، ت

(۱) آ، ب

۲۲۰- پاسخ گزینه ۳

عبارت های «ب» و «پ» درست هستند.



$$\frac{\text{شمار جفت الکترون های ناپیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون های پیوندی}} = \frac{12}{6} = 2$$

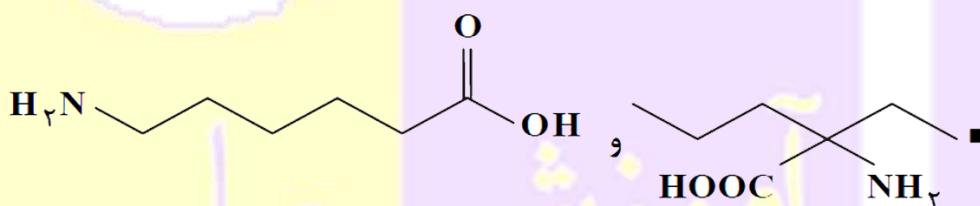
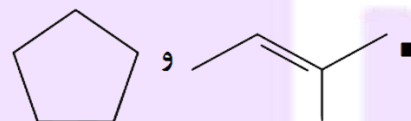
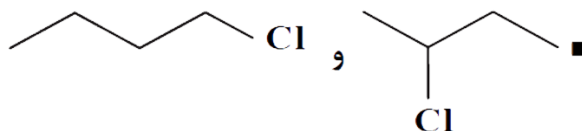
(ب)

بررسی عبارت های نا درست:

(الف) فرمول عمومی پلی استرها $\left[\text{C} \begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{C} \end{array} - \text{R} - \text{C} \begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{C} \end{array} - \text{O} - \text{R} - \text{O} \right]_n$ است.

(ت) بسته به نوع و مقدار کاتالیزگرهای مورد استفاده جرم مولی پلی اتن حاصل متفاوت خواهد بود.

سوال ۲۲۱- در چند مورد زیر دو ترکیب با یکدیگر همپارند؟



۴(۴)

۳(۳)

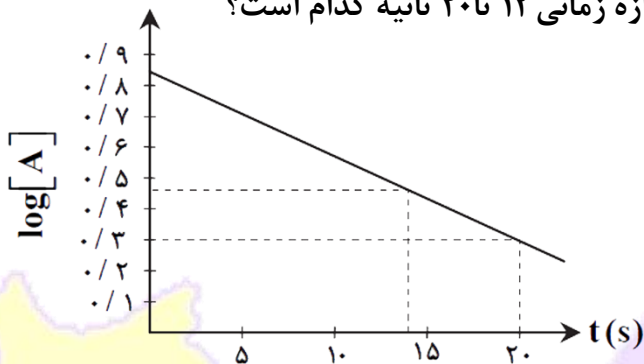
۲(۲)

۱(۱)

۲۲۱- پاسخ گزینه ۳

در سه مورد اول مولکول های داده شده فرمول یکسانی دارند و ایزومر یا همپار هستند. در مورد آخر یکی از مولکول ها ۶ اتم کربن و دیگری ۷ اتم کربن دارد و قطعاً فرمول مولکولی یکسانی ندارند.

سوال ۲۲۲ - با توجه به نمودار زیر که تغییرات لگاریتم غلظت مولار A را در یک واکنش فرضی در دمای معین نشان می دهد اگر ضریب استوکیومتری A در معادله واکنش برابر باشد نسبت سرعت واکنش در ۲۰ ثانیه آغازی به سرعت متوسط مصرف A در بازه زمانی ۱۳ تا ۲۰ ثانیه کدام است؟



۰/۳۴۷(۱)

۰/۴۳۷(۲)

۰/۷۸۵(۳)

۰/۸۷۵(۴)

۲۲۲- پاسخ گزینه ۴

... $2A \rightarrow$ معادله واکنش

$$\frac{\bar{R}(A)}{2} \text{ (واکنش)}$$

$$t = 0 - 20 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow \log[A] = 0.85 \Rightarrow [A] = 10^{0.85} = 7 \\ t = 20 \text{ s} \Rightarrow \log[A] = 0.3 \Rightarrow [A] = 10^{0.3} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{R}(A) = \frac{-\Delta[A]}{\Delta t} = \frac{(2-7) \text{ mol.L}^{-1}}{20 \text{ s}} = \frac{1}{4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \Rightarrow \bar{R} \text{ (واکنش)} = \frac{\bar{R}(A)}{2} = \frac{1}{8} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 0 - 20 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} t = 13 \text{ s} \Rightarrow \log[A] = 0.48 \Rightarrow [A] = 10^{0.48} = 3 \\ t = 20 \text{ s} \Rightarrow [A] = 2 \end{cases} \Rightarrow \bar{R}(A) = \frac{-(2-3) \text{ mol.L}^{-1}}{7 \text{ s}} = \frac{1}{7} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\frac{\bar{R} \text{ (واکنش)} (0-20 \text{ s})}{\bar{R}(A) (13-20 \text{ s})} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{7}} = \frac{7}{8} = 0.875$$

سوال ۲۲۳ - درباره محلول هیدرو کلریک اسید (محلول I) و محلول هیدروفلوئوریک اسید (محلول II) با

حجم دما و pH یکسان چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- شمار مول های آغازی دو اسید برای تشکیل دو محلول نابرابر است.
- شمار مولکول ها در محلول II از شمار مولکول ها در محلول I بیشتر است.
- شمار آنیون های حاصل از یونش دو اسید و رسانایی الکتریکی دو محلول برابر است.
- مجموع شمار گونه های موجود در محلول I از مجموع شمار گونه های موجود در محلول II کمتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۲۳- پاسخ گزینه ۴

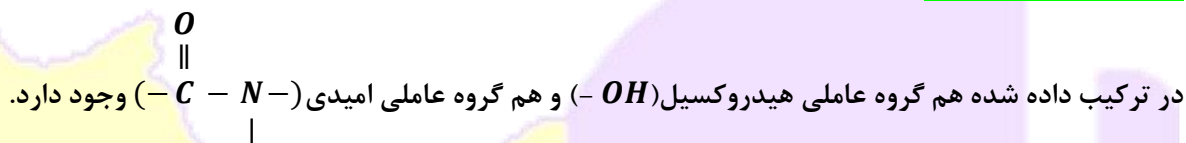
همه عبارت های داده شده درست اند.

- HCl اسید قوی و HF اسید ضعیف است؛ بنابراین شمار مول های اولیه HCl باید کمتر باشد تا غلظت یون هیدرونیوم دو محلول و pH آن ها یکسان شود.
- در محلول HCl مولکول یونیده نشده وجود ندارد و اما در محلول HF علاوه بر یون ها مولکول های یونیده نشده اسید نیز وجود دارد.
- با توجه به اینکه هر دو اسید جزو اسیدهای تک پروتون دار هستند و pH محلول آن ها یکسان است غلظت کل یون ها در محلول آن ها و در نتیجه رسانایی دو محلول برابر است.
- در محلول HCl برخلاف محلول HF مولکول های یونیده نشده اسید وجود ندارد؛ بنابراین مجموع شمار گونه ها در محلول HCl کمتر است.

سوال ۲۲۴ - درباره مولکول فرضی با ساختار زیر کدام مطلب درست است؟

- ۱) شمار اتم های کربن در آن ۴/۵ برابر شمار اتم های اکسیژن است.
- ۲) دارای گروه عاملی هیدروکسیل و واحد تکرار شونده تشکیل پلی امید است.
- ۳) شمار پیوند های یگانه بین اتم های آن ۵/۴ برابر شمار پیوندهای دو گانه بین آن ها است.
- ۴) شمار اتم هی هیدروژن ۱/۲۵ برابر شمار جفت الکترون های ناپیوندی روی اتم ها در آن است.

۲۲۴- پاسخ گزینه ۲



بررسی گزینه های نادرست:

$$\begin{aligned}
 ۱) \frac{\text{شمار اتم های کربن}}{\text{شمار اتم های اکسیژن}} &= \frac{۱۲}{۳} = ۴ \\
 ۳) \frac{\text{شمار پیوند های یگانه}}{\text{شمار پیوند دوگانه}} &= \frac{۲۸}{۵} = ۵/۶ \\
 ۴) \frac{\text{شمار اتم های هیدروژن}}{\text{شمار جفت الکترون های ناپیوند}} &= \frac{۱۶}{۸} = ۲
 \end{aligned}$$

سوال ۲۲۵ - کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- آ) شربت معده و شیر مخلوط هایی نا همگن از نوع سوسپانسیون اند.
 - ب) مخلوط اب و روغن با استفاده از صابون به یک کلوئید پایدار تبدیل می شود.
 - پ) چخش کردن نور ناهمگن بودن و ته نشین شدن از ویژگی های کلوئید به شمار می آید.
 - ت) ذرات سازنده محلول ها یون ها و مولکول ها اما ذرات سازنده کلوئیدها توده های مولکولی اند.
- ۱) آ، پ ۲) آ، ب، پ ۳) ب، ت ۴) ب، پ، ت

۲۲۵- پاسخ گزینه ۳

عبارت های «ب» و «ت» درست هستند. بررسی عبارت های نادرست:

الف) شیر بر خلاف شربت معده مخلوط ناهمگن از نوع کلوئید است. ب) کلوئیدها پایدارند و ته نشین نمی شوند.

سوال ۲۲۶ - باتوجه به نقشه های پتانسیل الکتروستاتیکی پروپان و دی متیل اتر کدام مطلب درست

است؟

(۱) تبدیل پروپان به مایع دشوار تر است.

(۲) در هر دو اتم مرکزی بار جزئی مثبت دارد.

(۳) نقشه های پتانسیل الکتروستاتیکی مشابهی دارند.

(۴) هر دو در میدان الکتریکی به یک سو جهت گیری می کنند.

۲۲۶- پاسخ گزینه ۱

جرم مولی پروپان (C_3H_8) و دی متیل اتر (CH_3OCH_3) به هم نزدیک بوده و دی متیل اتر قطبی است، بنابراین نقطه جوش بالاتری داشته و در شرایط یکسان اسان تر به مایع تبدیل می شود.

بررسی گزینه های نادرست:

(۲) با توجه به مقایسه خصلت نافلزی اتم های کربن هیدروژن و اکسیژن ($O > C > H$) می توان گفت هم اتم کربن مرکزی در پروپان و هم اتم اکسیژن در دی متیل اتر بار جزئی منفی دارد.

(۳) پروپان نا قطبی و دی متیل اتر قطبی است و نقش پتانسیل با هم متفاوت است.

(۴) دی متیل اتر قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری می کند در حالی که پروپان نا قطبی است و در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کند.

سوال ۲۲۷- اگر در دمای اتاق به ۱۲۵ میلی متر اب مقطر ۰/۷ گرم پتاسیم هیدروکسید اضافه شود چند مورد از مطالب زیر درباره محلول حاصل درست است؟ ($H=1, O=16, K=39: g.mol^{-1}$) از تغییر حجم محلول بر اثر اضافه کردن ماده جامد به ان چشم پوشی شود.

• ۲۵۰ میلی لیتر از ان $2/5 \times 10^{-2}$ مول HCl را به طور کامل خنثی می کند.

• غلظت مولار یون $OH^{-} (aq)$ در ان 10^{12} برابر غلظت مولار یون $H^{+} (aq)$ است.

• در ۵۰ میلی لیتر از این محصول ار مجموع ۰/۰۱ مول از کاتیون و انیون وجود دارد.

• اگر به این محلول ۱/۴ گرم پتاسیم هیدروکسید دیگر اضافه شود $[OH^{-}]$ ۳ برابر خواهد شد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۲۷- پاسخ گزینه ۴

همه عبارت های داده شده درست هستند.

■ در ۲۵۰ میلی لیتر از محلول پتاسیم هیدروکسید $1/4 = 0.7 \times 2 = 0.7 \times 2 = 1/4$ گرم KOH (معادل با $0.25 = 0.7 \times 0.25 = 0.175$ مول) وجود دارد. هر مول KOH یک مول HCl را خنثی می کند.

$$[OH^{-}] = [KOH] = \frac{0.7g}{56g.mol^{-1}} = 0.1mol.L^{-1}$$

$$[H^{+}][OH^{-}] = 10^{-14} \Rightarrow [H^{+}] = 10^{-13} \Rightarrow \frac{[OH^{-}]}{[H^{+}]} = \frac{10^{-1}}{10^{-13}} = 10^{12}$$



غلظت مولی : ۰/۱ ۰/۱ ۰/۱

$$\left[\text{یون ها} \right] = 0.2 \frac{mol}{L} \xrightarrow{\times 0.5L} = 0.1mol \text{ مول یون ها}$$

■ با اضافه کردن ۱/۴ گرم پتاسیم هیدروکسید دیگر جرم و مول KOH سه برابر شده و در نتیجه غلظت مولی محلول و OH^{-} هم سه برابر خواهد شد.

سوال ۲۲۸ - محلول اسید های ضعیف HA و HD به ترتیب با درصد یونش ۲ و ۵/۲ و با pH برابر در دو ظرف جداگانه موجود است. نسبت $[HD]$ به $[HA]$ پیش از یونش کدام و اگر $[HA]$ برابر $0/005 mol \cdot L^{-1}$ باشد pH محلول دو اسید کدام است؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید)

۳/۹۱, ۵/۶(۴)

۳/۲۲, ۵/۶(۳)

۳/۹۱, ۴/۸(۲)

۳/۲۲, ۴/۸(۱)

۲۲۸- پاسخ گزینه ۱

$$pH(HA) = pH(HD) \Rightarrow [H^+](HA) = [H^+](HD) \xrightarrow{[H^+] = M\alpha} \frac{[HD]}{[HA]} = \frac{\alpha(HA)}{\alpha(HD)} = \frac{\frac{12}{100}}{\frac{2/5}{100}} = \frac{12}{2/5} = 4/8$$

$$[H^+] = M\alpha = 0/005 \times 1 \times \frac{12}{100} = 6 \times 10^{-4}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(6 \times 10^{-4}) = 4 - \underbrace{\log 6}_{\log 2 + \log 3} = 4 - (0/3 + 0/48) = 3/22$$

سوال ۲۲۹ - چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- یکی از معایب فرایند هال انتشار گاز گلخانه ای است.
- الومینیم یک فلز فعال و اکسید آن چسبنده و متراکم است.
- در سلول الکترولیتی کاتد و اند می توانند از یک جنس باشند.
- قوی ترین عنصرهای اکسند در سمت راست جدول تناوبی جای دارند.
- از کاربردهای برقکافت استخراج فلزاتی مانند الومینیم و تهیه گازهایی مانند هیدروژن است.

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

۲۲۹- پاسخ گزینه ۴

همه عبارت های داده شده درست هستند.

■ در فرایند هال گاز گلخانه ای CO_2 هم تولید می شود.

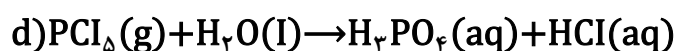
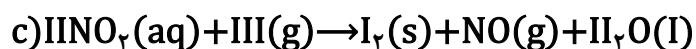
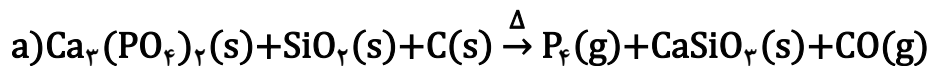
■ الومینیم فلزی فعال بوده و سطح آن به سرعت اکسید می شود اما به دلیل چسبنده و متراکم بودن اکسید این فلز خورده نمی شود.

■ در برخی از سلول های الکترولیتی مانند سلول فرایند هال کاتد و اند از یک جنس هستند.

■ فلزی ها اکسند هستند و در سمت راست جدول دوره ای قرار دارند.

■ از برقکافت الومینیم اکسید می توان الومینیم و از برقکافت اب می توان گاز هیدروژن تهیه کرد.

سوال ۲۳۰ - تفاوت مجموع ضریب های استوکیومتری مواد در معادله واکنش های a و d پس از موازنه آن ها کدام است و چند واکنش از نوع اکسایش-کاهش است؟



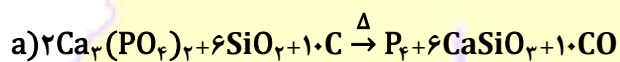
۳,۲۴(۴)

۳,۱۴(۳)

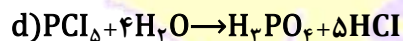
۲,۲۴(۲)

۲,۱۴(۱)

۲۳۰- پاسخ گزینه ۲



مجموع ضرایب = $2 + 6 + 10 + 1 + 6 + 10 = 35$



مجموع ضرایب = $1 + 4 + 1 + 5 = 11$

تفاوت مجموع ضرایب = $35 - 11 = 24$

واکنش های a و c به دلیل داشتن عنصرهای ازاد C و I_2 از نوع اکسایش-کاهش هستند اما در واکنش های b و d عدد اکسایش هیچ عنصری تغییر نکرده است و این واکنش ها از نوع اکسایش-کاهش نیستند.

سوال ۲۳۱ - چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- اکسایش هیدروژن در سلول سوختی بازدهی نزدیک به ۶۰ درصد دارد.
- در واکنش انجام شده در سلول های گالوانی فرآورده ها از واکنش دهنده ها پیدارترند.
- در سلول گالوانی «منگنز-پلاتین» در الکتروود منگنز عمل اکسایش انجام می گیرد.
- در هر واکنش اکسایش-کاهش اتم های فلزی اکسایش و یون های فلزی کاهش می یابند.

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

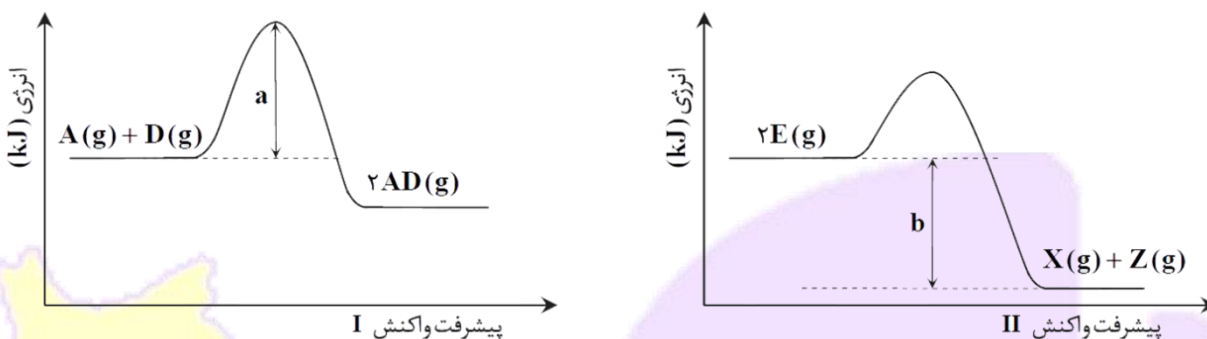
۱(۱)

۲۳۱- پاسخ گزینه ۳

عبارت اول و دوم و سوم درست هستند. بررسی عبارت نادرست:

عبارت چهارم: در یک واکنش اکسایش-کاهش یون های فلزی لزوما کاهش نمی یابند به طور مثال یون Cu^{+} می تواند به یون Cu^{2+} اکسایش یابد.

سوال ۲۳۲- با توجه به نمودارهای زیر کدام مطلب نادرست است؟ (در محورهای عمودی نمودارها مقیاس یکسان است).



- ۱) در صورت تامین a انرژی هر دو واکنش I و II انجام پذیرند.
- ۲) گرمایی که به ازای مصرف ۱ مول $E(g)$ آزاد می شود برابر $\frac{b}{4} kJ$ است.
- ۳) در واکنش II در مقایسه با واکنش I فراورده(ها) نسبت به واکنش دهنده(ها) پایدارترند.
- ۴) گرمای آزاد شده به ازای تشکیل ۲ مول $AD(g)$ از گرمای آزاد شده به ازای تشکیل یک مول $X(g)$ بیشتر است.

۲۳۲- پاسخ گزینه ۴

با توجه به نمودارها مقدار ΔH واکنش I (گرمای آزاد شده به ازای تشکیل ۲ مول AD) از مقدار ΔH واکنش II (گرمای آزاد شده به ازای تشکیل ۱ مول X) کمتر است.

بررسی سایر گزینه ها:

- ۱) حداقل انرژی لازم برای انجام واکنش I است که از حداقل انرژی لازم برای واکنش II بیشتر است.
- ۲) به ازای مصرف ۲ مول E ، b کیلوژول گرما آزاد می شود؛ بنابراین به ازای مصرف ۱ مول از آن $\frac{b}{4}$ کیلوژول گرما آزاد خواهد شد.
- ۳) در واکنش II که $|\Delta H|$ بزرگ تر است فراورده ها نسبت به واکنش دهنده ها پایدارتری دارند.

سوال ۲۳۳ - نسبت شمار انیون به کاتیون در چند ترکیب زیر برابر نسبت شمار انیون به کاتیون در کروم(III) سولفید است؟

- کلسیم فسفات
- اسکاندیم اکسید
- الومینیم سولفات
- گالیم کربنات
- روی سیلیکات
- آهن(III) نیترات

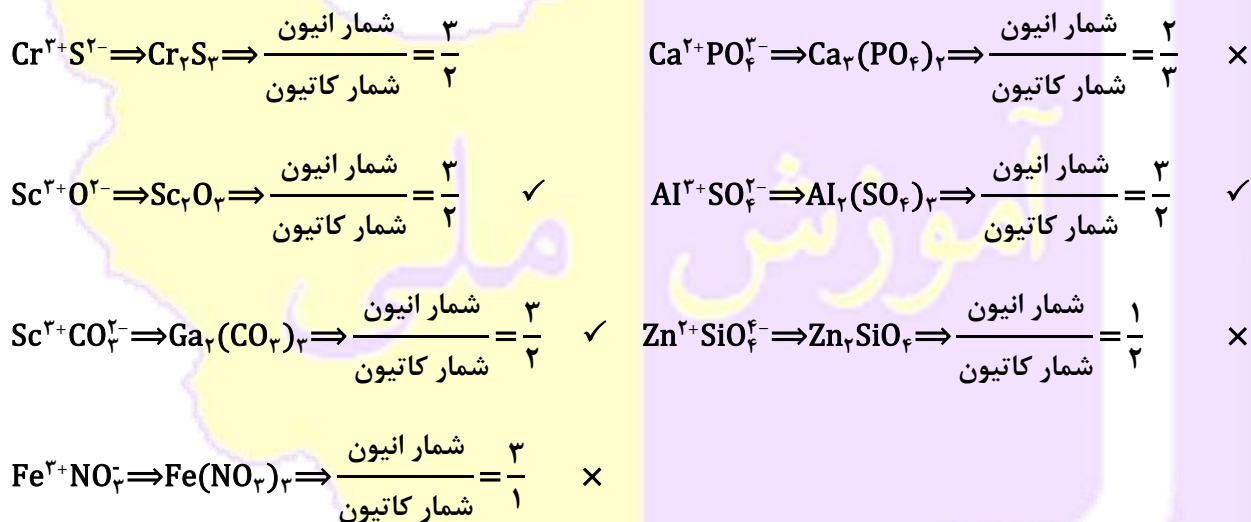
۵(۴)

۴(۳)

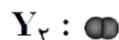
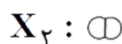
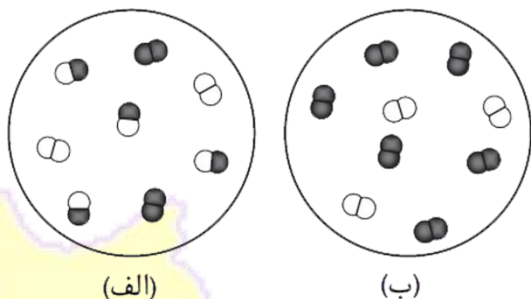
۳(۲)

۲(۱)

۲۳۳ - پاسخ گزینه ۲



سوال ۲۳۴- شکل (آ) مخلوط در حال تعادل را برای واکنش: $X_2(g) + Y_2(g) \rightleftharpoons 2Z(g)$ نشان می دهد. هنگامی که واکنش در شکل (ب) به تعادل برسد به ترتیب از راست به چپ چند مول از گاز های X_2 ، Y_2 و Z در ظرف واکنش وجود خواهد داشت؟ (هر ذره نشان دهنده ۰/۱ مول و حجم ظرف های واکنش برابر ۲/۲۵ لیتر و دما ثابت است).



۰/۴, ۰/۴, ۰/۱(۱)

۰/۱, ۰/۴, ۰/۱(۲)

۰/۳, ۰/۳, ۰/۲(۳)

۰/۲, ۰/۳, ۰/۲(۴)

۲۳۴- پاسخ گزینه ۱

با توجه به برابر بودن تعداد مول های گازی در دو سمت معادله واکنش حجم ظرف در محاسبات ثابت تعادل بی تاثیر است.



تعداد (الف) تعادل : $0/2$ $0/2$ $0/4 \Rightarrow K = \frac{[Z]^2}{[X_2][Y_2]} = \frac{0/4^2}{0/2 \times 0/2} = 4$

تعداد (ب) : $0/3 - X$ $0/6 - X$ $2X \Rightarrow K = 4 = \frac{(2X)^2}{(0/3 - X)(0/6 - X)}$

$$\Rightarrow 4X^2 = 4(0/18 - 0/9X + X^2) \Rightarrow 0/18 = 0/9X \Rightarrow X = 0/2$$

X_2 مول = $0/3 - X = 0/1$

Y_2 مول = $0/6 - X = 0/4$

Z مول = $2X = 0/4$

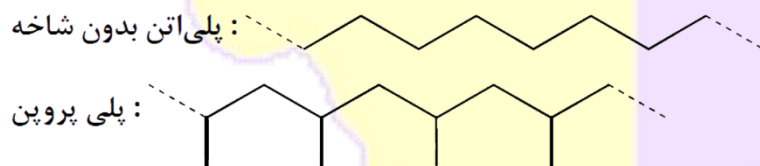
سوال ۲۳۵ - کدام مطلب درست است؟

- (۱) ترفتالیک اسید اسیدی دو عاملی است که در تهیه پلیمر *PET* مصرف دارد.
- (۲) در شرایط مشابه انحلال پذیری ترفتالیک اسید در آب کمتر از پارازایلن است.
- (۳) بنزین اتیل گلیکون و گازوئیل از فرایند تقطیر نفت خام به دست می آیند.
- (۴) زنجیره مولکولی پلی پروپن مانند پلی اتن بدون شاخه است.

۲۳۵- پاسخ گزینه ۱

ترفتالیک اسید $(\text{HOOC}-\text{C}_6\text{H}_4-\text{COOH})$ یکی از مونومرهای سازنده *PET* است.
بررسی گزینه های نادرست:

- (۲) ترفتالیک اسید قطبی بوده و انحلال پذیری آن در آب از پارازایلن نا قطبی بیشتر است.
- (۳) اتلین گلیکون بر خلاف بنزن و گازوئیل در نفت خام وجود ندارد.
- (۴) در پلی پروپن شاخه فرعی متیل وجود دارد:





مدرس شیمی : دکتر شهریار ابوریحان، رتبه ۲۷ کنکور تجربی

دانش آموخته رشته پزشکی از دانشگاه علوم پزشکی تهران

✓ مدال طلای المپیاد شیمی داخل کشور

✓ مدال نقره المپیاد شیمی خارج کشور

۱۴ سال سابقه تدریس در شهرهای:

تهران ، البرز ، اصفهان ، شیراز ، خوزستان ، اراک ، قزوین ، زنجان ، سیستان و بلوچستان ،
قم ، ساری ، رشت ، تبریز و ...

مدرس رتبه های: علیرضا بیرانوند (رتبه ۴۱ تجربی) ، غزل نعمتی (رتبه ۵۷ تجربی) ، پDRAM
قیاسوند (رتبه ۸۹ تجربی) ، کیانا طاهری (رتبه ۹۲ تجربی) ، مرضیه حسینی (رتبه ۲۰۳
تجربی) ، فاطمه طاهرخانی (رتبه ۳۰۲ تجربی) ، احمد نصیری (رتبه ۳۴۹ تجربی) ، فاطمه
رستمی (رتبه ۴۰۷ تجربی) و غیره....

جهت دیدن فیلم آموزشی همه دروس به همراه جزوه آنها
از پایه هفتم تا کنکور وارد سایت ((آموزش ملی)) شوید

**در تدریس طول سال، اساتید از پایه هفتم تا دوازدهم
صفر تا صد مطالب را آموزش داده اند.**

**در تدریس جمع بندی، اساتید از پایه دهم تا دوازدهم
مطالب را به صورت خلاصه و مفید تدریس کرده اند.**

جهت دانلود دفترچه کنکور و سوالات دی و خرداد ماه به همراه پاسخنامه کاملا تشریحی آنها از
پایه هفتم تا کنکور وارد سایت ((آموزش ملی)) شوید

دفترچه شماره ۲
صبح پنجشنبه
آزمون سراسری ورودی دانشگاه های کشور - همه سالها
آزمون اختصاصی به همراه پاسخنامه تشریحی
گروه آزمایشی ریاضی، تجربی و انسانی
تعداد سوال: ۱۲۵
مدت پاسخ گویی: ۱۷۵ دقیقه

برگ امتحانی
نام :
نام خانوادگی :
دبستان :
کلاس :
تاریخ امتحان :
موضوع امتحان :
شعبه :
دبیرستان :
**آرشیو کامل از سوالات دی و خرداد ماه!
(به همراه پاسخنامه تشریحی)**

برای ورود به سایت ، نام ((آموزش ملی)) را در گوگل جستجو کنید



یا کد بالا را اسکن کنید و یا روی لینک <http://www.amoozeshmelli.com> بزنید.