

نام درس: آمار و احتمال-یازدهم
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان: ۱۷/۱۰/۱۰
 ساعت امتحان: ۸
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

بسمه تعالی
اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی
دبیرستان دوره دوم بعثت

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

	نمره به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر																									
	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نام دبیر:																									
	نمره به عدد:	نمره به حروف:	تاریخ و امضاء:																									
ردیف	سوالات																											
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) $\{a,b\}$ و $\{c,d,e\}$ و $\{e\}$، یک افراز برای مجموعه $\{a,b,c,d,e\}$ است.</p> <p>ب) اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد، آنگاه $A = \emptyset$ است.</p> <p>پ) اگر $A \subseteq U$ باشد، آنگاه $A = U$ است.</p> <p>ت) اگر A یک مجموعه n عضوی باشد مجموعه $P(P(A))$ دارای 2^{2^n} عضو است.</p>																											
۲	<p>جدول ارزش گزاره های زیر را برای گزاره $p \Leftrightarrow (\sim p \Rightarrow q)$ کامل کنید.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$\sim p$</th> <th>$\sim p \Rightarrow q$</th> <th>$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table>			p	q	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$																				
p	q	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$																								
۳	<p>ارزش گزاره سوری روبرو را تعیین کنید و نقیض آن را بنویسید.</p> $\forall x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 \neq 0) \wedge (x - 2 \geq 1)$																											
۴	<p>الف) نقیض گزاره "به ازای هر عدد طبیعی n، اگر n زوج باشد؛ آنگاه $n^2 + 1$ فرد است" چیست؟</p> <p>ب) نشان دهید:</p> $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \Leftrightarrow \sim p$																											

۱	<p>مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ (الف) برای این مجموعه دو افراز متفاوت بنویسید. (ب) این مجموعه چند افراز سه مجموعه ای دارد؟</p>	۵
۱/۵	<p>با کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید:</p> <p>الف) $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$</p> <p>ب) $(A \cup B) \cap (C - A)' = (B - C) \cup A$</p>	۶
۰/۷۵	<p>ثابت کنید برای هر دو مجموعه دلخواه با مجموعه مرجع U داریم: $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$</p>	۷
۱	<p>اگر $A = \{1, 4\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$ مجموعه $A \times B$ را با نشان دادن اعضا مشخص کنید.</p>	۸
صفحه ۲ از ۴		

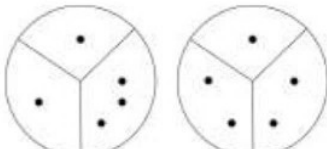
۱	اگر $A = [-1, 3]$, $B = [1, +\infty)$ نمودارهای $A \times B$ و A^c را رسم کنید.	۹
۱/۵	از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ عددی به تصادف انتخاب میکنیم. احتمال اینکه بر ۴ بخشپذیر باشد اما بر ۷ بخشپذیر نباشد؟	۱۰
۱/۵	اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $P(A - B) = \frac{2}{3}$, $P(A') = \frac{1}{4}$ باشند در این صورت $P(A' \cup B')$ را محاسبه کنید.	۱۱
۱	تاسی را در پی در پی پرتاب میکنیم احتمال اینکه در حداکثر ۳ پرتاب به نتیجه برسیم تا برای اولین بار ۶ بیاید چقدر است؟	۱۲

۱/۵	<p>۱۳ در یک تجربه تصادفی $S = \{a, b, c, d\}$ و $P(a), P(b), P(c), P(d)$ یک دنباله حسابی با قدر نسبت $\frac{1}{8}$ درست کرده اند. احتمال وقوع b یا c چقدر است؟</p>	۱۳
۱	<p>۱۴ در پرتاب دو تاس متمایز، دو پیشامد به شرح زیر تعریف می کنیم: A: حاصل ضرب اعداد رو شده برابر ۶ باشد. B: یکی از اعداد رو شده ۳ و دیگری زوج باشد. احتمال اینکه حداقل یکی از این دو پیشامد رخ دهد چقدر است؟</p>	۱۴
۱/۵	<p>۱۵ اگر احتمال پیروزی تیم a دو برابر احتمال پیروزی تیم b و احتمال پیروزی تیم b $\frac{1}{3}$ احتمال پیروزی تیم c باشد احتمال برد هر یک را محاسبه کنید.</p>	۱۵

نام درس: آمار و احتمال-یازدهم
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان: ۱۷/۱۰/۱۰
 ساعت امتحان: ۸
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

بسمه تعالی
اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی
دبیرستان دوره دوم بعثت

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر																									
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات</p> <p>الف) $\{a,b\}$ و $\{c,d,e\}$ و $\{e\}$، یک افراز برای مجموعه $\{a,b,c,d,e\}$ است. درست</p> <p>ب) اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد، آنگاه $A = \emptyset$ است. درست</p> <p>پ) اگر $A \subseteq U$ باشد، آنگاه $A = U$ است. نادرست</p> <p>ت) اگر A یک مجموعه n عضوی باشد مجموعه $P(P(A))$ دارای 2^{2^n} عضو است. درست</p>																										
۲	<p>جدول ارزش گزاره برای گزاره $p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$\sim p$</th> <th>$\sim p \Rightarrow q$</th> <th>$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">د</td> <td style="text-align: center;">د</td> <td style="text-align: center;">ن</td> <td style="text-align: center;">د</td> <td style="text-align: center;">د</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">د</td> <td style="text-align: center;">ن</td> <td style="text-align: center;">ن</td> <td style="text-align: center;">د</td> <td style="text-align: center;">د</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">ن</td> <td style="text-align: center;">د</td> <td style="text-align: center;">د</td> <td style="text-align: center;">د</td> <td style="text-align: center;">ن</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">ن</td> <td style="text-align: center;">ن</td> <td style="text-align: center;">د</td> <td style="text-align: center;">ن</td> <td style="text-align: center;">د</td> </tr> </tbody> </table>	p	q	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$	د	د	ن	د	د	د	ن	ن	د	د	ن	د	د	د	ن	ن	ن	د	ن	د	
p	q	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$																							
د	د	ن	د	د																							
د	ن	ن	د	د																							
ن	د	د	د	ن																							
ن	ن	د	ن	د																							
۳	<p>ارزش گزاره سوری روبرو و نقیض آن</p> <p>$\forall x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 \neq 0) \wedge (x - 2 \geq 1)$ نادرست</p> <p>$\exists x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 = 0) \vee (x - 2 < 1)$</p>																										
۴	<p>الف) نقیض گزاره "به ازای هر عدد طبیعی n، اگر n زوج باشد، آنگاه $n^2 + 1$ فرد است"؟</p> <p>نقیض گزاره های شرطی به این صورت است: $\square(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \square q$</p> <p>پس: وجود دارد یک عدد طبیعی n، که n زوج است و $n^2 + 1$ فرد نیست.</p> <p>(ب) نشان دهید:</p> $\begin{aligned} & [(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \square q)] \\ & \equiv (\square p \vee q) \wedge (\square p \vee \square q) \\ & \equiv \square p \vee (q \wedge \square q) \\ & \equiv \square p \vee (F) \\ & \equiv \square p \end{aligned}$																										
۵	<p>مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$</p> <p>الف) دو افراز متفاوت افراز ۱: $\{1\}, \{2\}, \{3, 4, 5\}$ افراز ۲: $\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}$</p> <p>ب) چند افراز سه مجموعه ای؟ $= 10 + 5 = 15$</p> $\frac{\binom{5}{1}\binom{4}{1}\binom{3}{1}}{2!} + \frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1}\binom{1}{1}}{2!} = 10 + 5 = 15$																										

$$\begin{aligned}
 & (A \cap B) - (A \cap C) \\
 &= (A \cap B) \cap (A' \cup C') \\
 \text{الف)} &= [(A \cap B) \cap A'] \cup [(A \cap B) \cap C'] \\
 &= [\emptyset] \cup [A \cap (B \cap C')] \\
 &= A \cap (B - C)
 \end{aligned}$$

جبر مجموعه ها

۶

$$\begin{aligned}
 & (A \cup B) \cap (C - A)' = (B - C) \cup A \\
 &= (A \cup B) \cap (C \cap A)' \\
 \text{ب)} &= (A \cup B) \cap (C' \cup A) \\
 &= A \cup (B - C) \\
 &= (B - C) \cup A
 \end{aligned}$$

$$\text{حکم: } A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$$

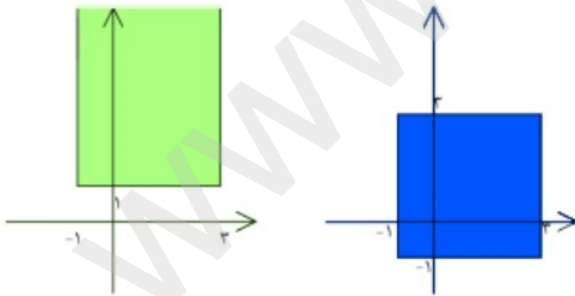
همواره میدانیم $A \cap B \subseteq A$ اکنون کافی است ثابت کنیم: $A \subseteq A \cap B$
 میدانیم: $A \subseteq A$ و $A \subseteq B$ از طرفین اشتراک می گیریم: $A \cap A \subseteq A \cap B$ پس: $A \subseteq A \cap B$

۷

$$\begin{aligned}
 & A \times B = ? \text{ مجموعه } B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\} \text{ و } A = \{1, 4\} \\
 & \text{ابتدا اعضای مجموعه را مشخص می کنیم: } B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\} = \{2\} \\
 & A \times B = \{(1, 2), (4, 2)\}
 \end{aligned}$$

۸

اگر $A = [-1, 3]$ و $B = [1, +\infty)$ نمودارهای $A \times B$ و A' را رسم کنید.



۹

A بخش پذیری بر ۴ و B بخش پذیری بر ۷

$$\begin{aligned}
 P(A) &= \left[\frac{1000}{4} \right] = 250, \quad P(A \cap B) = \left[\frac{1000}{28} \right] = 35 \\
 P(A - B) &= P(A) - P(A \cap B) = \frac{250}{1000} - \frac{35}{1000} = \frac{215}{1000}
 \end{aligned}$$

۱۰

$$P(A') = \frac{1}{4} \rightarrow P(A) = \frac{3}{4}$$

$$P(A - B) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

$$P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

۱۱

بار سوم ۶ بیاید یا بار دوم ۶ بیاید یا همان بار اول ۶ بیاید

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$$

۱۲

$$p(a), p(b) = p(a) + \frac{1}{8}, p(c) = p(a) + \frac{2}{8}, p(d) = p(a) + \frac{3}{8}$$

$$p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1$$

$$p(a) + p(a) + \frac{1}{8} + p(a) + \frac{2}{8} + p(a) + \frac{3}{8} = 1$$

$$4p(a) + \frac{6}{8} = 1 \Rightarrow p(a) = \frac{1}{16}$$

$$p(\{b, c\}) = p(c) + p(b) = \frac{1}{4}$$

۱۳

$$A = \{(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)\}$$

$$B = \{(3, 2), (3, 4), (3, 6), (2, 3), (4, 3), (6, 3)\}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{36} + \frac{6}{36} - \frac{2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

۱۴

$$p(a) = 2p(b), p(b) = \frac{1}{3}p(c)$$

$$p(a) + p(b) + p(c) = 1 \Rightarrow 2x + x + 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p(a) = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \\ p(b) = \frac{1}{6} \\ p(c) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

۱۵