

مشتق:

چنانچه حد زیر موجود باشد آن را مشتق تابع f در نقطه a خوانده و با نماد $f'(a)$ نمایش می دهند.

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

✓ هر یک از حدود زیر میتواند برای تعریف مشتق در نقطه a بکار رود:

$$\left\{ \begin{array}{l} f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \\ f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x + a) - f(a)}{\Delta x} \\ f'(3) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x + 3) - f(3)}{\Delta x} \end{array} \right.$$

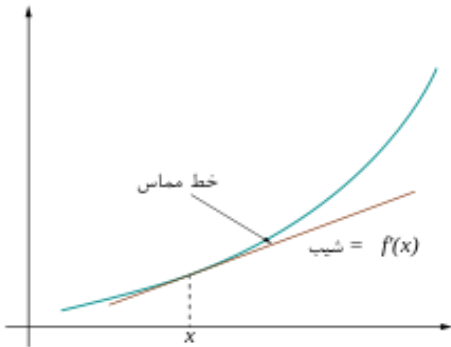


✓ مشتق‌های یکطرفه:

$$f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} : \text{مشتق راست نقطه } a$$

$$f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} : \text{مشتق چپ نقطه } a$$

✓ تعبیر هندسی مشتق: مشتق تابع در یک نقطه بیانگر شیب (ضریب زاویه) خط مماس بر منحنی در آن نقطه (مشتق راست بیانگر شیب مماس راست و مشتق چپ بیانگر شیب مماس چپ است)



✓ نهای مقابل ارتباط بین مشتق، پیوستگی و حد را بیان میکنند.

مشتق

پیوستگی

حد



نقطه گوشه (زاویه دار) : مشتق های چپ و راست در این نقاط متفاوت است اما به نهایت نرسند.



نقطه بازگشتی : مشتق های چپ و راست در این نقاط یکی ∞ و دیگری $-\infty$ می باشد.

نقطه عطف (مماس قائم): مشتق‌های چپ و راست در این نقاط هر دو ∞ یا $-\infty$ می‌باشد.

$$f'(a) = \infty$$

$$f'(a) = -\infty$$

✓ در نقطه بازگشت و عطف خط مماس قائم وجود دارد.

توجه: دانش آموز بایستی از روی نمودار تابع، تشخیص دهد در چه نقاط مشتق موجود است و یا موجود نیست و در چه نقاط $+$ یا $-$ یا ∞ یا $-\infty$ است. مشتق‌های چپ و راست کدام موجود است و کدام موجود نیست و نقاط گوشه و بازگشت و عطف را بشناسد.

توضیح: برای به دست آوردن مشتق تابع در یک نقطه از فرمول های مشتق استفاده میکنیم، اما در مواردی مجبوریم (و گاهی بهتر است) از تعریف مشتق استفاده نماییم.

مواردی که مشتق، با تعریف محاسبه میشود.

قدر مطلق:

$$f(x) = |x^2 - 1| \quad ; \quad a=1 \text{ در}$$

توجه: گاهی اوقات قدر مطلق به صورت پنهان در تابع وجود دارد.....



جزء صحیح:

$$f(x) = (4x - \pi)[\cos 2x] \quad ; \quad a = \frac{\pi}{4}$$

وجود عامل ضربی

شماره ۸۳ ریاضی

$$f(x) = \frac{(x-1)\sqrt[5]{3x-2}}{(5x-3)^2} \quad ; \quad \text{در نقطه } (1,0)$$