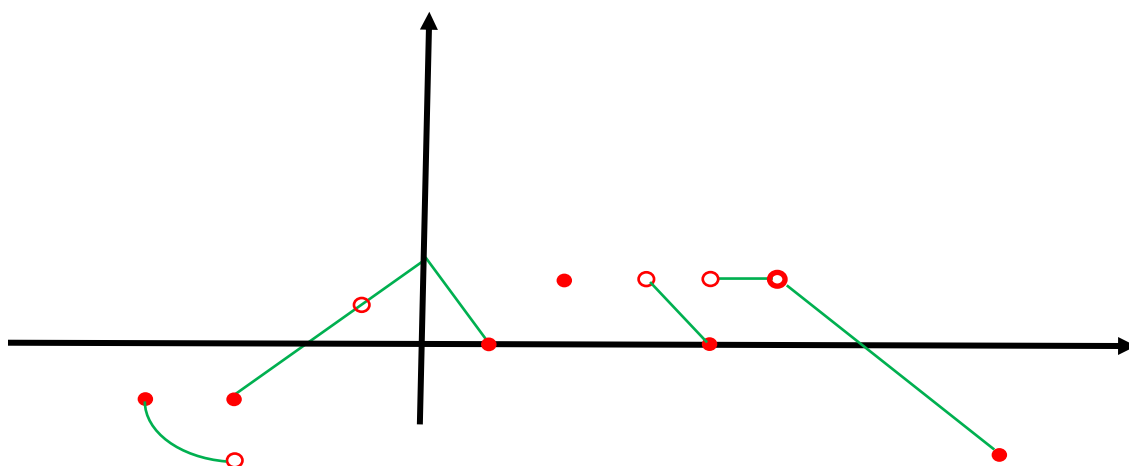


حد و پیوستگی

نمودار تابع  $f$  مطابق شکل زیر است. در مورد وجود حد و پیوستگی تابع  $f$  در نقاط ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ در نقاط ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ اظهار نظر کنید.



سوال: در مورد حد تابع در نقاط ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ چه می گویند؟

سوال: در مورد پیوستگی تابع در نقاط ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ چه می گویند؟

مفهوم میل کردن:

$$: x \rightarrow a$$



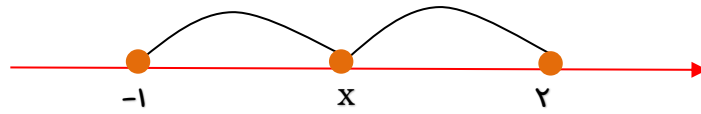
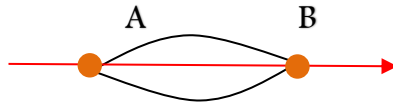
$$: x \rightarrow a^+$$

$$: x \rightarrow a^-$$

$$: x \rightarrow +\infty$$

$$: x \rightarrow -\infty$$

نکته: اگر  $A, B$  دو نقطه روی محور اعداد حقیقی باشند، فاصله  $C$  بین دو نقطه  $a, b$  به نهار  $|a - b|$  یا  $|b - a|$  نشان داده میشود.



بریم سال دهم:



فرض کنیم  $a$  یک عدد حقیقی مثبت و  $u$  یک عبارت جبری باشد. در این صورت:  
 ۱- اگر  $|u| \leq a$  آن گاه  $-a \leq u \leq a$ .  
 ۲- اگر  $|u| \geq a$  آن گاه  $u \geq a$  یا  $u \leq -a$ .

مثال

نامعادله‌های زیر را حل می‌کنیم.  
 الف)  $|x-3| \leq 2$

ب)  $|2x-1| > 5$

برای حل نامعادله الف، با استفاده از خواص قدر مطلق آن را به یک نامعادله دوگانه تبدیل می‌کنیم.  
 اکنون داریم:

پس مجموعه جواب این نامعادله، بازه  $1 \leq x \leq 5$  است.  
 برای نامعادله ب، بازه  $x < -2$  یا  $x > 3$  است.

کار در کلاس

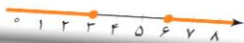
۱ در هر یک از نامعادله‌های زیر، مجموعه جواب را با نماد بازه به دست آورید؛ سپس آن را روی محور نشان دهید.

الف)  $|\frac{x}{3} + 1| < \frac{2}{3}$

ب)  $|5 - 2x| \geq 1$

۲ یک نامعادله قدر مطلق بنویسید که مجموعه جواب آن بازه  $(1, 9)$  باشد.

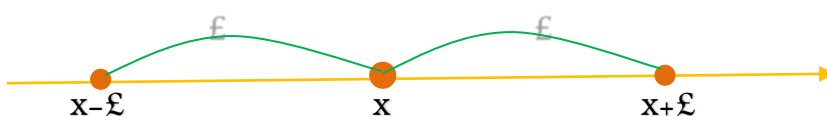
۳ یک نامعادله قدر مطلق بنویسید که مجموعه جواب آن  $(-\infty, 3] \cup [6, +\infty)$  باشد.



همایگی:

هر بازه شامل نقطه  $x$  یک همایگی نقطه  $x$  است.

همایگی متقارن: منظور از همایگی متقارن به مرکز  $x$  و شعاع  $\epsilon$  تمامی نقاطی است که فاصله شان تا نقطه  $x$  کمتر از  $\epsilon$  باشد که بازه ای به ترتیب زیر است:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{قدر مطلق} \\ |X - x| < \epsilon \end{array} \right\} \iff \left\{ \begin{array}{l} \text{مرکز} = x \\ \text{شعاع} = \epsilon \end{array} \right\} \iff \left\{ \begin{array}{l} \text{بازه} \\ (x - \epsilon, x + \epsilon) \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مرکز } x = \frac{a+b}{2} \\ \text{شعاع } \delta = \frac{b-a}{2} \end{array} \right\} \text{ است.} \quad \leftarrow \text{همایگی متقارن بازه } (a, b)$$

مثال:

$$? \longleftarrow \text{مرکز} = 5 \text{ و شعاع} = 0.2 \longrightarrow ?$$

مثال:

$$|5x+10| < 0.5 \longrightarrow \text{شعاع و مرکز} = ? \longrightarrow (??)$$

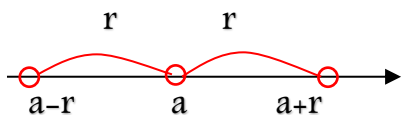
مثال:

$(1.2, 8.8)$  ← ؟ = شعاع و مرکز ← ؟

مثال: اگر  $\{x \in \mathbb{R} : |3x - m + 3| < n/2\}$  هم‌پایه به مرکز ۲ و شعاع واحد باشد، مطلوب است  $m, n$  ؟

همایگی متقارن مخزوف:

مجموعه نقاط مطابق شکل مقابل یک همایگی متقارن مخزوف است.



شعاع =  $r$  و مرکز =  $a$  }

$$0 < |x - a| < r$$

$$(a-r, a+r) - \{a\}$$

$$(a-r, a) \cup (a, a+r)$$



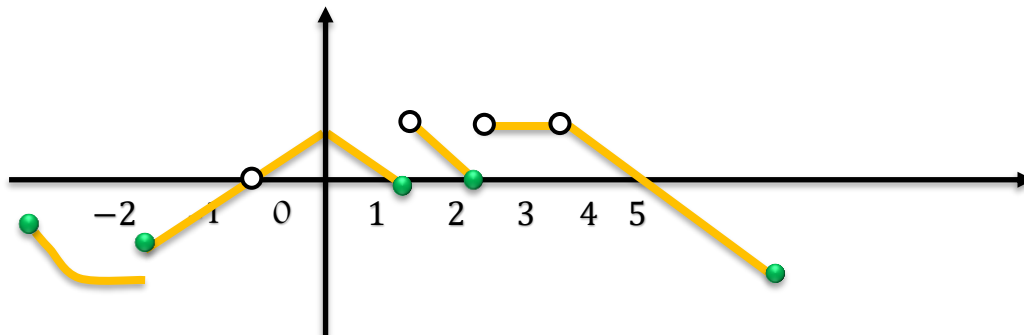
مثابه آنچه در همایی معمولی های قبل بیان شده، در همایی مخروف داریم:

$$(a,b) - \{x\} \cup (a,x) \cup (x,b) \longleftarrow \text{شعاع} = \frac{b-a}{2} \text{ و مرکز} = x = \frac{a+b}{2}$$

کنکور ۸۹ سراسری ریاضی: در همایی مخروف متقارن به صورت  $\{3\} - (3a-7, a+5)$  شعاع همایی کدام است؟



نمودار تابع  $f$  مطابق شکل زیر است، در مورد وجود حد و پیوستگی تابع  $f$  اظهار نظر کنید.



پس بنابراین برای تعریف حد می‌گوییم:

و پیوستگی وقتی اتفاق می‌افتد که: