

تابع

زوج موقب: هر زوج مرتب نشان دهنده یک نقطه به صورت (x,y) روی صفحات مختصات است
دو زوج مرتب زمانی برابرند که مولفه های اولشان و مولفه های دومشان باهم برابر باشند.

تابع: یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B را تابع می نامیم هرگاه به هر عضو از مجموعه A
 دقیقا یک عضو از مجموعه B نظیر شود.

نمایش های گوناگون تابع:

۱) نمایش زوج مرتب: اگر رابطه به صورت زوج های مرتب نشان داده شود به شرطی تابع است
که مولفه های اول آن ها تکراری نباشند، اگر مولفه های اول دو زوج مرتب باهم برابر باشند،
شرط آنکه آن رابطه تابع باشد آن است که مولفه های دوم همان دو زوج مرتب نیز باهم برابر
باشند.

تابع است

تابع نیست

تابع هست

مثال) به ازای کدام مقدار a, b ، رابطه $\{(2,a-1)(1,b-a)(1,5)(2,1)\} \subset \mathbb{Z}$ یک تابع کدام است؟

۲) نمایش جدول: اگر رابطه بین دو متغیر x (مستقل) و y (وابسته) را بصورت جدولی نمایش
دهیم در صورتی تابع است که مولفه های اول باهم برابر نباشند. اگر مولفه های اول برابر
باشند باید مولفه های دوم نظیر نیز برابر باشند.

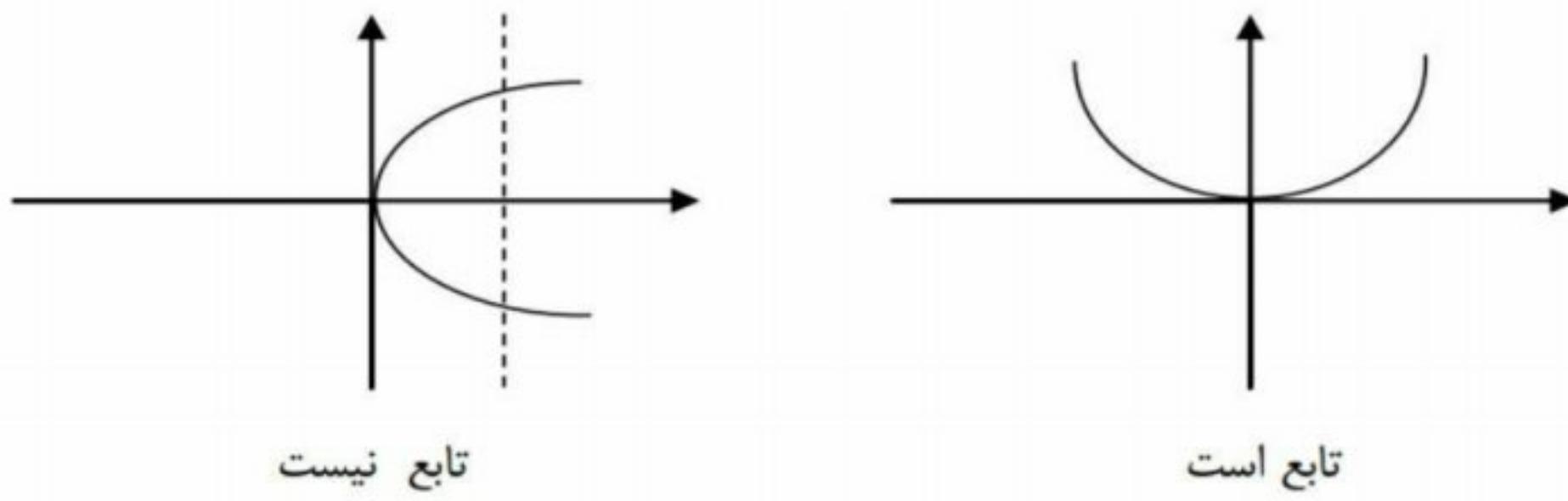
x	2	5	6
y	0	-1	6

x	3	3	7
y	2	0	1

۳) **نمایش پیکانی (نمودار ون)**: اگر رابطه از مجموعه A به مجموعه B را توسط نمودار پیکانی نمایش دهیم در صورتی این رابطه تابع است که از هر عضو دقیقاً یک پیکان خارج شود.

دقت شود اگر به عضوی از مجموعه B (دومی) پیکان وارد نشود یا چند پیکان وارد شود در تابع بودن اثری ندارد.

۴) **نمایش مختصاتی (نموداری)**: اگر نمودار یک رابطه داده شود زمانی تابع است که اگر حتی یک خط موازی محور y ها پیدا شود که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند آن نمودار تابع نیست در غیر اینصورت تابع است.



۵) **نمایش توصیفی**: بعضی وقت‌ها ورودی‌های یک رابطه موجود است ولی خروجی‌های آن را با یک جمله ریاضی بیان می‌کنند.

مثال: رابطه‌ای که به هر کدام از اعضای مجموعه $\{4, 9, 16\} = A$ جذر آن را نسبت می‌دهد.

۶) نمایش ضابطه تابع: برخی اوقات می‌توان رابطه بین مولفه اول و دوم را بصورت یک قانون (ضابطه) بیان کرد.

$$f = \{(1, 1)(2, 4)(3, 9), \dots\} \rightarrow f(x) = x^2$$

مقدار تابع در یک نقطه: در تابع $y = f(x)$ برای آنکه مقدار تابع را به ازای عددی مانند x محاسبه کنیم کافیست در ضابطه تابع به جای تمام x ‌ها عدد a قرار دهیم.

مثال) اگر $A = \frac{3 - 2f(3)}{g(2)}$ باشد حاصل $g(x) = \frac{2x}{1-x}$, $f(g) = |x^2 - 2|$ را بیابید.

نکته: اگر نقطه (a, b) روی نمودار تابع f باشد آنگاه $f(a) = b$.

مثال) نقطه $(-1, 2)$ روی تابع $f(x) = x^2 - 3x + 2m$ قرار دارد. m را بیابید.

دامنه و برد تابع:

دامنه: در تابع f مجموعه همه مقادیری که متغیر مستقل x می‌توانند بگیرد را دامنه هم می‌گوییم و با D_f نمایش می‌دهند (در واقع ورودی‌های مجاز تابع f)

برد: در تابع f مجموعه همه مقادیری که متغیر وابسته y می‌تواند بگیرد را برد f گوییم و با نمایش می‌دهیم (در واقع خروجی‌های مجاز تابع f)

تعیین دامنه و برد در نمایش‌های گوناگون:

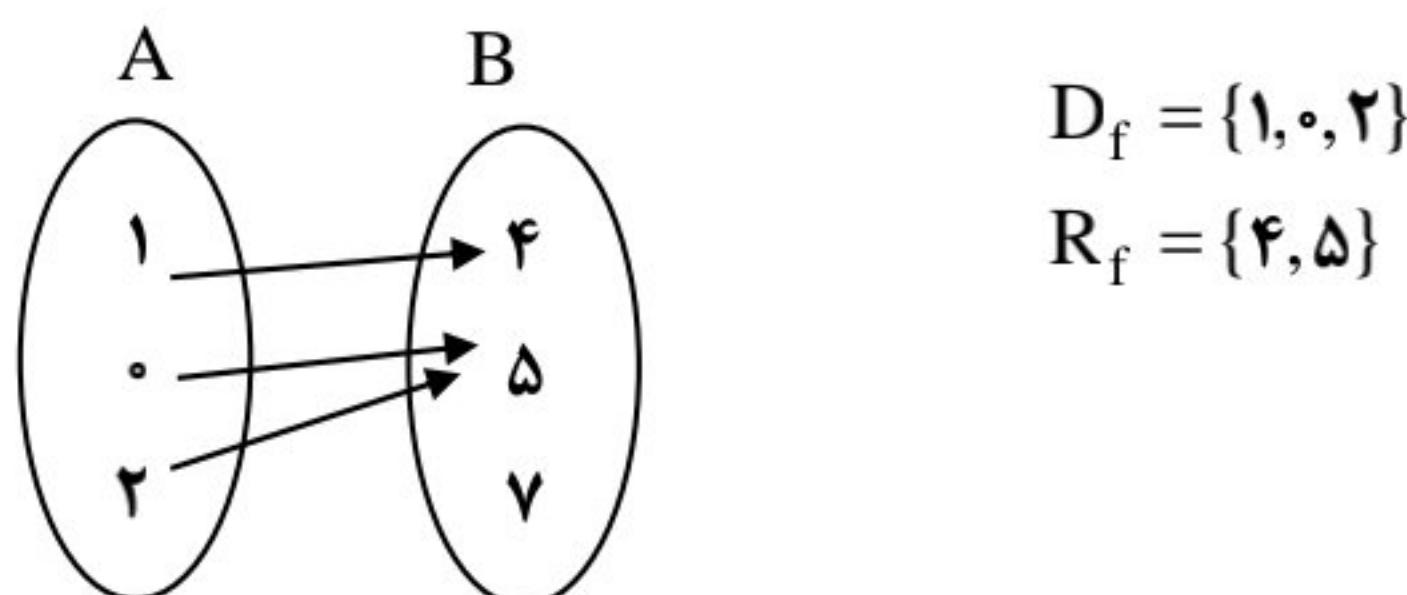
$$D_f = \{ \text{همه مولفه‌های اول} \} \quad R_f = \{ \text{همه مولفه‌های دوم} \} \quad (1) \text{ زوج مرتب}$$

(2) نمایش جدولی: سطر اول (x ‌ها) دامنه و سطر دوم (y ‌ها) برد است.

x	۲	۵	۶
y	۰	-۱	۶

$$D_f = \{2, 3, 5\} \quad , \quad R_f = \{-1, 3\}$$

(3) نمایش پیکانی: مجموعه همه اعدادی که پیکان از آنها خارج می‌شود را دامنه و مجموعه همه اعدادی که پیکان به آن‌ها وارد می‌شود را برد گوییم.



(4) نمایش مختصاتی: مجموعه طول (همان x ‌ها) همه نقاط نمودار برابر دامنه تابع و مجموعه عرض (همان y) همه نقاط نمودار برابر برد تابع است.

