

عبارات جبری

اتحاد: تساوی است که به ازای هر مقداری از x و طرف تساوی برابر باشد:

$$x^2 - 2x =$$

تجزیه: اگر یک چند جمله‌ای را به صورت ضرب دو یا چند عبارات جبری بنویسیم آن را تجزیه کرده ایم.
به هر کدام از عبارات‌های جبری جدید حاصله، یک عامل یا فاکتور می‌گوییم.



روش‌های تجزیه:

1: تجزیه به کمک فاکتورگیری: اگر در عبارت جبری عامل مشترک دیده شود.

$$12x^6 - 8x^3 =$$

2: تجزیه به کمک دسته بندی: اگر در یک عبارت جبری جملات یک عامل مشترک نداشته باشند ولی تعدادی از آنها یک عامل مشترک و تعدادی دیگر دارای عامل مشترک دیگری باشند می‌توان با دسته بندی فاکتورگیری کرد.

$$4x - 12 + xy - 3y =$$

3: تجزیه به کمک اتحاد‌ها: در این روش باید اتحاد‌های معروف را بلد باشیم پس مروری بر اتحاد‌های مهم خواهیم داشت:

انواع اتحاد ها:

1: اتحاد مربع (اتحاد اول)

اتحاد مربع مجموع دو جمله ای $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

اتحاد مربع تفاضل دو جمله ای $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مثال) حاصل عبارات زیر را بیابید.

1) $(x+3)^2 =$

2) $(2x-5)^2 =$

3) $(-2x-3)^2 =$

مثال) اگر $x+y=8$ و $x^2+y^2=40$ باشد مقدار xy را بیابید.

مثال) اگر $2x-3y=3$ و $4x^2+9y^2=40$ مقدار xy را بیابید.

مثال) اگر $x^2 + \frac{9}{x^2} = 42$ باشد حاصل $x - \frac{3}{x}$ کدام است؟

تجزیه به کمک اتحاد اول:

نکات!

1: سه جمله دارند.

2: دو جمله آنها مربع کامل هستند.

3: جمله سوم 2 برابر ضرب و جذر دو جمله دیگر است.

مثال) عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$1) x^2 + 14x + 49 =$$

$$2) 9x^2 + 4x - 12x =$$

$$3) 8x^3 - 8x^2 + 2x =$$

2 اتحاد مزدوج:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

مثال) حاصل عبارات زیر را محاسبه کنید.

$$1) (2x - 3y)(2x + 3y) =$$

$$2) (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) =$$

$$3) (x - 2y + 3)(x + 2y - 3) =$$

تجزیه به کمک اتحاد مزدوج: هر عبارت به صورت $\blacksquare^2 - \Delta^2$ را می‌توان به صورت زیر تجزیه کرد:

$$\blacksquare^2 - \Delta^2 = (\blacksquare - \Delta)(\blacksquare + \Delta)$$

مثال) عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$1) x^2 - 9 =$$

$$2) 9x^2 - 5 =$$

$$3) 81y^4 - 16 =$$

$$4) x^2 + 6x + 9 - 16y^2 =$$

اتحاد جمله مشترک: 3

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

مثال) حاصل عبارات زیر را باید.

$$1) (x - 4)(x + 6) =$$

$$2) (3x - 1)(3x + 5) =$$

$$3) (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 7) =$$

$$4) (x^2 + 1)(x^4 + 5)(x^2 - 1) =$$

تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک: سه جمله درجه 2 اگر با اتحاد اول تجزیه نشود اغلب با اتحاد جمله مشترک تجزیه می شود. (اگر تجزیه پذیر باشد)

$$\text{غير مشترک دوم} + \text{مشترک} \times (\text{غير مشترک اول} + \text{مشترک}) = (\text{ضرب غير ها مشترک} \times \text{مشترک}^2) + \text{مشترک}$$

مثال) عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$1) x^2 - 13x + 36 =$$

$$2) x^2 - 3x - 10 =$$

$$3) x^4 - 13x^2 + 36 =$$

نکته مهم:

اگر در سه جمله درجه ۲ ضریب عبارت x^2 ممکن نبود با روش زیر می‌توان آنرا تجزیه کرد.

$$\overbrace{3x^2 + 2x - 8}^{\times 3}$$

اتحاد مکعب:

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3a^2b \pm b^3$$

مثال) عبارات زیر را حل کنید.

$$1) (x - 2)^3 =$$

$$2) (2x^2 - 3y)^3 =$$

$$3) 101^3 = (100 + 1)^3 = 100^3 + 3(100)^2(1) + 3(100)(1)^2 + 1^3 = 1030301$$

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3(ab)(a + b) \rightarrow a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \rightarrow a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

مثال) اگر $a+b=3$ و $ab=2$ باشد حاصل $a^3 + b^3$ را بیابید.

تجزیه به کمک اتحاد مکعب:

$$(x + a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$$

برای پیدا کردن a کافیست ضریب x^2 را بر ۳ تقسیم کنیم.

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

۵- اتحاد های چاق و لاغر:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

مثال) عبارات زیر را حل کنید.

$$1) (x + 2)(x^2 - 2x + 4) =$$

$$2) (x + 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) =$$

$$3) (x - 1)(x + 1)(x^4 + x^2 + 1) =$$

تجزیه به کمک اتحاد چاق و لاغر:

$$\Delta^3 \pm ■^3 = (\Delta \pm ■)(\Delta^2 \pm \Delta ■ + ■^2)$$

مثال) عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$1) x^3 - 8 = x^3 - 2^3 =$$

$$2) 8y^3 + 27x^3 =$$

$$3) x^9 + 1 =$$

نکته مهم!

قسمت چاق اتحاد چاق و لاغر تجزیه پذیر

نکته! عبارت $a^6 - b^6$ را اول به کمک اتحاد مزدوج سپس به کمک اتحاد چاق و لاغر می‌توان تجزیه کرد.

$$x^6 - 64 =$$

تست های عبارت جبری



در تجزیه $(x^2 + 2x - 9)^2 - 36$ کدام عامل وجود ندارد؟ _1

$x - 1$ (4)

$x + 2$ (3)

$x - 3$ (2)

$x + 5$ (1)

در تجزیه عبارت $(x^4 + 3x^3 - 8x - 24)$ کدام حاصل وجود ندارد؟ _2

$x - 4$ (4)

$x^2 + 2x + 4$ (3)

$x + 3$ (2)

$x - 2$ (1)

اگر $a+2b=5$ باشد حاصل کدام است؟ _3

34 (4)

26 (3)

32 (2)

17 (1)

۴ اگر $xy^2 = \frac{4}{3}$ باشد حاصل کدام است؟ (سراسri 97)

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

۵ اگر $3x + \frac{5}{x} = 9$ حاصل کدام است؟ (سراسri 97)

۵۱ (۴)

۶۱ (۳)

۶۷ (۲)

۵۷ (۱)

۶ در تجزیه $5x^4 - 80$ کدام عامل وجود ندارد؟

$x^2 - 2$ (۴)

$x^2 + 4$ (۳)

$x + 2$ (۲)

$x - 2$ (۱)

۷ در تجزیه عبارت $4a^3 - 4a - b^2 - 4b - 3$ کدام عامل وجود دارد؟ (سراسri 88)

$2a + b + 1$ (۴)

$2a + b - 3$ (۳)

$2a - b + 1$ (۲)

$2a + b + 3$ (۱)

8 مستطیلی با مساحت $x^2 - 8x + 15$ مفروض است. اگر عرض مستطیل $5 - x$ باشد محیط مستطیل کدام است؟

$x - 16$ (4)

$x - 6$ (3)

$x - 3$ (2)

$2x - 8$ (1)

9 در تجزیه عبارت $(x^2 - 12)^2 - 16x^2$ کدام عامل وجود ندارد؟ (سراسری 97)

$x + 6$ (4)

$x - 6$ (3)

$x + 3$ (2)

$x + 2$ (1)

10 در تجزیه عبارت $(x^2 - 6x - 4)^2 - 144$ کدام عامل ضرب وجود ندارد؟ (سراسری 90)

$x + 2$ (4)

$x - 8$ (3)

$x + 4$ (2)

$x - 4$ (1)

11 در تجزیه عبارت $4x^3 - 6x^2 + 2x$ کدام عامل وجود دارد؟ (سراسری 93)

$x + 1$ (4)

$2x - 1$ (3)

$x + 2$ (2)

$x - 4$ (1)

12 در تجزیه عبارت $a(a - 3)(a - 4) - 12a + 36$ کدام عامل ضرب وجود ندارد؟ (سراسری 90)

$a + 2$ (4)

$a - 2$ (3)

$a - 3$ (2)

$a - 6$ (1)

13 حاصل $x = \sqrt[3]{3} + 2$ به ازای $x^3 - 6x^2 + 12x - 10$ است؟

9 (4)

27 (3)

3 (2)

1 (1)

14 اگر $xy=5$ و $x+y=7$ حاصل $x^3 + y^3$ کدام است؟ (سراسری 86)

264 (4)

244 (3)

216 (2)

238 (1)

در تجزیه ۱۵ کدام عامل وجود دارد؟ (سراسری ۹۷) $(x - 2)(x^2 - 4x + 4) - 1$

$x + 3$ (4)

$x - 1$ (3)

$x - 2$ (2)

$x - 3$ (1)

در تجزیه ۱۶ کدام عامل ضرب وجود دارد؟ (سراسری ۹۳) $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$

$x + 3$ (4)

$x + 2$ (3)

$x - 2$ (2)

$x - 4$ (1)

در تجزیه ۱۷ کدام عامل وجود دارد؟ $x^9 + 64x^3$

$x^2 - 1$ (4)

$x - 2$ (3)

$x^2 + 4$ (2)

$x^2 + 2x + 4$ (1)