



تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۱/۱
 زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه
 نام دبیر: استاد
 تعداد سوال: ۱۶
 تعداد صفحه: ۴

باسمه تعالی
 اداره کل آموزش و پرورش استان قم
 مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴
 دبیرستان غیر دولتی ارمغان دانش
 سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

سؤالات امتحانی درس : هندسه ۱
 پایه : دهم
 رشته : ریاضی
 نام و نام خانوادگی :
 کد آزمون :
 تاریخ تصحیح:

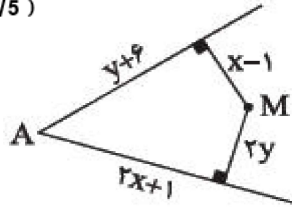
امضای دبیر

یاحروف:

نمره یا عدد:

تاریخ تصحیح:

(1/5 نمره)



۱- در شکل مقابل نقطه M روی نیمساز زاویه A قرار دارد. حاصل x و y را بیابید .

۲- نقطه M خارج از خط d قرار دارد. عمود وارد بر خط d را که از نقطه M عبور می کند رسم کنید. (1/5 نمره)

۳- اگر $x + 5$ ، $x - 2$ ، و $x + 1$ طول اضلاع مثلثی باشند، حدود x را بیابید . (1/5 نمره)

۴- قضیه: ثابت کنید عمود منصف های ضلع های هر مثلث هم رأس اند. (1/5 نمره)

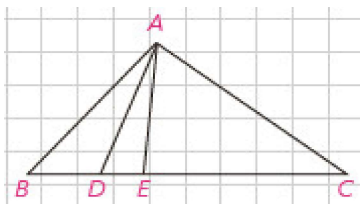
۵- قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید که اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی کوچک‌تر است. (1/5 نمره)

۶- عکس قضیه زیر را بنویسید و سپس آن را به صورت یک قضیه دو شرطی بنویسید (1/5 نمره)
اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.

۷- الف) اگر $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-2}{4}$ ، آن‌گاه $\frac{x+y+4}{x+y+z+2}$ را حساب کنید. (1 نمره)

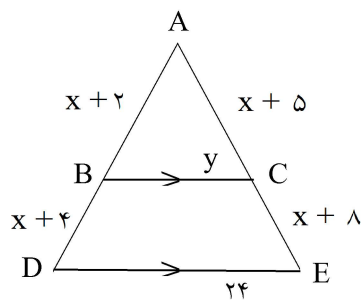
$$6\sqrt{2} \text{ و } 3\sqrt{2}$$

ب) میانگین هندسی بین جفت عدد مقابل را پیدا کنید.



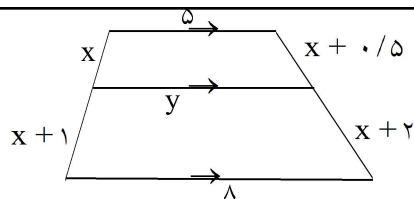
۸- در شکل مقابل مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت‌های $\frac{BC}{DE}$ و $\frac{BD}{DE}$ را به دست آورید. (1 نمره)

۹- اگر $BC \parallel DE$ باشد مقدار x و y را حساب کنید. (1/5 نمره)

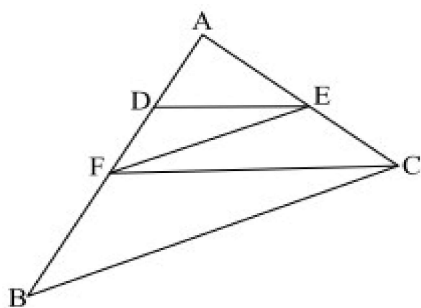


۱۰- عکس قضیه‌ی تالس را بیان و آنرا اثبات کنید. (1/5 نمره)

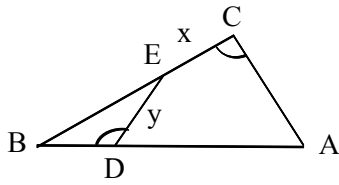
۱۱- در شکل مقابل، x و y را محاسبه کنید. (1 نمره)



۱۲- در شکل زیر، $DE \parallel FC$ و $EF \parallel BC$ است. (1 نمره)
اگر $AD = 4$ و $AB = 12$ باشد، مقدار DF را بیابید.

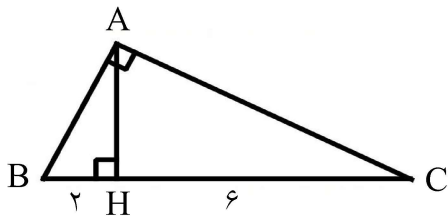


۱۳- ثابت کنید در دو مثلث متشابه نسبت مساحت‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. (1 نمره)



۱۴- در شکل زیر اگر $\widehat{BDE} = \widehat{ACB}$ و $BD = 10$ و $BE = AC = 12$ و $AB = 40$ مجهولات را بیابید. (1نمره)

۱۵- طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتیمتر و طول کوچکترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی، $\frac{22}{5}$ سانتیمتر است. محیط مثلث دوم چقدر است؟ (1نمره)



۱۶- طول AH و AB و AC را بیابید. (1نمره)



تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۱/۱
 زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه
 نام دبیر: استاد
 تعداد سوال: ۱۶
 تعداد صفحه: ۴

باسمه تعالی
 اداره کل آموزش و پرورش استان قم
 مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴
 دبیرستان غیر دولتی ارغمان دانش
 سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

سؤالات امتحانی درس: هندسه ۱
 پایه: دهم
 رشته: ریاضی
 نام و نام خانوادگی:
 کد آزمون:
 تاریخ تصحیح:

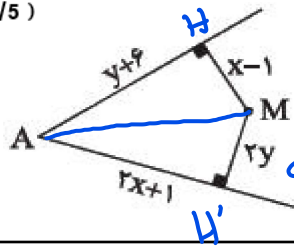
امضای دبیر

یا حروف:

نمره یا عدد:

تاریخ تصحیح:

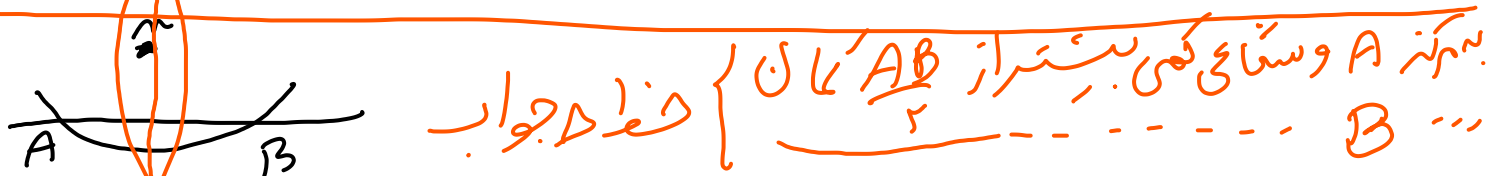
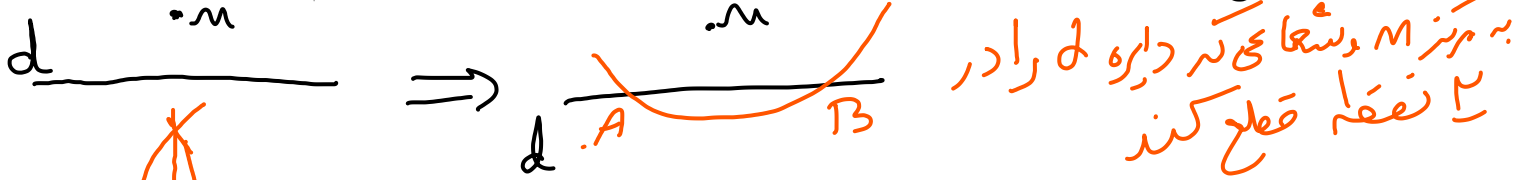
(۱/۵ نمره)



۱- در شکل مقابل نقطه M روی نیمساز زاویه A قرار دارد. حاصل X و Y را بیابید.

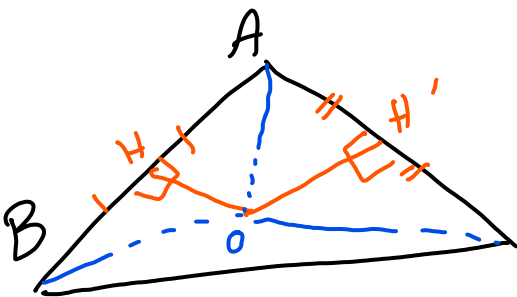
$$MH = MH' \Rightarrow x-1 = 2y \Rightarrow \begin{cases} x-2y = 1 \\ 2x-y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x+4y = -2 \\ 2x-y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 3 \Rightarrow y = 1 \\ 2x-1 = 5 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

۲- نقطه M خارج از خط d قرار دارد. عمود وارد بر خط d را که از نقطه M عبور می کند رسم کنید. (۱/۵ نمره)



۳- اگر $x+5$ ، $x-2$ و $x+1$ طول اضلاع مثلثی باشند، حدود X را بیابید. (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} 2x-2+x+5 > x+1 \Rightarrow 2x > -2 \Rightarrow x > -1 \\ 2x-2+x+1 > 2x-2 \Rightarrow 4 > -2 \text{ بیس} \\ x+1+2x-2 > x+5 \Rightarrow x > 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow x > 3$$

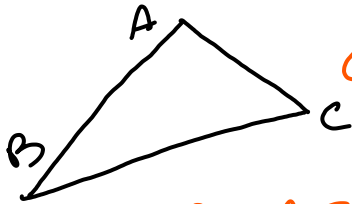


قضیه: ثابت کنید عمود منصف های ضلع های هر مثلث هم رأس اند. (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} OH \text{ روی عمود منصف } AB \Rightarrow OA = OB \\ OH' \text{ روی عمود منصف } AC \Rightarrow OA = OC \end{cases} \Rightarrow OB = OC$$

یعنی فاصلش O از رأس B و C یکسان است. پس O روی عمود منصف BC قرار دارد پس عمود منصف از یک نقطه می گذرد

۵- قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید که اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر است. (1/5 نمره)



فرضی: $\hat{C} > \hat{B}$
فرضی: $AB > AC$

بره‌خلاف: $AB > AC \Leftarrow$ تناقض \times $\Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$ $\Rightarrow AB = AC$
تناقض با فرضی \times $\Rightarrow \hat{C} < \hat{B}$ $\Rightarrow AC < AB$

۶- عکس قضیه زیر را بنویسید و سپس آن را به صورت یک قضیه دو شرطی بنویسید (1/5 نمره).
اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.

عکس: اگر قطرهای یک چهارضلعی عمودمنصف یکدیگر باشند، نگاه چهارضلعی لوزی است
دو طرف: یک چهارضلعی لوزی است اگر و تنها اگر قطرهایش عمودمنصف یکدیگر باشند

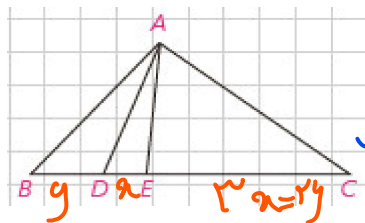
۷- الف) اگر $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-2}{4}$ ، آن‌گاه $\frac{x+y+z}{x+y+z+2}$ را حساب کنید. (1 نمره)

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-2}{4} = k \Rightarrow x = 2k+1, y = 3k-5, z = 4k+2$$

$$\frac{2k+1+3k-5+4k+2}{2k+1+3k-5+4k+2+2} = \frac{5k}{9k} = \frac{5}{9}$$

ب) میانگین هندسی بین جفت عدد مقابل را پیدا کنید.
 $6\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}$

$$6\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \Rightarrow x = 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 18 \times 2 = 36 \Rightarrow x = 6$$



۸- در شکل مقابل مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت‌های $\frac{BC}{DE}$ و $\frac{BD}{DE}$ را به دست آورید. (1 نمره)

چون ارتفاع هاب است نسبت مساحتها نسبت عابره است

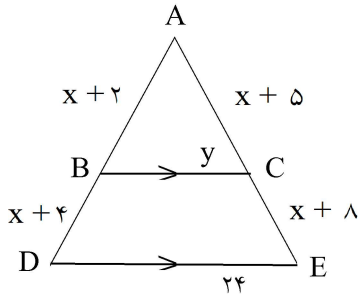
$$\frac{S_{ACE}}{S_{ADE}} = \frac{2x}{x} = \frac{EC}{DE}$$

$$\frac{S_{ACE}}{S_{ABD}} = \frac{3y}{y} = \frac{BC}{BD} \Rightarrow 2x = 2y \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{DE}{BD} = \frac{x}{y} = \frac{x}{\frac{2}{3}x} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{BC}{DE} = \frac{y+x+2x}{x} = \frac{\frac{2}{3}x+x+2x}{x} = \frac{\frac{11}{3}x}{x} = \frac{11}{3}$$

۹- اگر $BC \parallel DE$ باشد مقدار x و y را حساب کنید. (1/5 نمره)



$$\frac{x+2}{x+5} = \frac{y}{24} \Rightarrow x^2 + 10x + 19 = x^2 + 9x + 20 \Rightarrow x = 1$$

$$\frac{y}{14} = \frac{y}{24} \Rightarrow y = \frac{9 \times 24}{14} = \frac{54}{7}$$

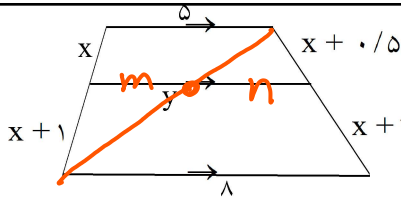
۱۰- عکس قضیه تالس را بیان و آنرا اثبات کنید. (1/5 نمره)

قضیه: اگر خطی دو ضلع مثلث را قطع و روی آن یک پاره خطی متناسب بود و اگر دو آنها آن خط را قطع سوم ضلع مثلث موازی است



اثبات: بر این خلف $MN \parallel BC$ پس از M خطی موازی با BC رسم کنیم یعنی $MN' \parallel BC$ پس طبق تالس $\frac{AM}{AB} = \frac{AN'}{AC}$ و $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{AN'}{AC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AN = AN' \Rightarrow N = N'$

۱۱- در شکل مقابل، x و y را محاسبه کنید. (1 نمره)



تالس در دو زینت $\frac{x}{x+1} = \frac{y+5}{y+2} \Rightarrow x^2 + 2y = x^2 + 10x + 5y + 10 \Rightarrow x = 1$

$$\frac{1}{5} x = \frac{1}{5} \Rightarrow x = 1$$

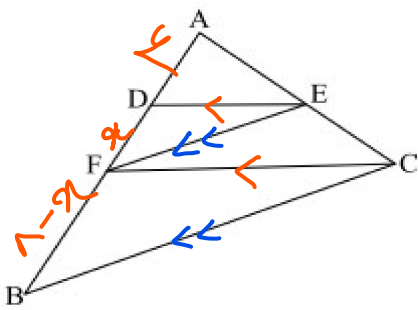
$$\frac{x+1}{2x+1} = \frac{m}{5} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{m}{5} \Rightarrow m = \frac{10}{3}$$

$$\frac{x+5}{9x+4/5} = \frac{n}{11} \Rightarrow \frac{11}{5} = \frac{n}{11} \Rightarrow n = \frac{121}{5}$$

$$y = m + n = \frac{10}{3} + \frac{121}{5} = \frac{176}{15} = 11 \frac{11}{15}$$

۱۲- در شکل زیر، $DE \parallel FC$ و $EF \parallel BC$ است. (1 نمره)

اگر $AD = 4$ و $AB = 12$ باشد، مقدار DF را بیابید.



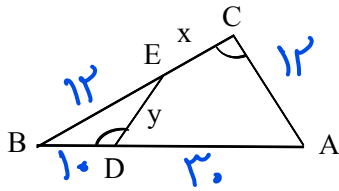
$$DE \parallel FC \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{4}{n} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{AF}{BF} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{4+x}{12-x} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{4}{n} = \frac{4+x}{12-x}$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x = 12n - 4n \Rightarrow x^2 + 4x - 8n = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{16 + \sqrt{64 + 32n}}{2}$$

۱۳- ثابت کنید در دو مثلث متشابه نسبت مساحتها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. (1 نمره)

$$\frac{S'}{S} = \frac{\frac{1}{2} h' a'}{\frac{1}{2} h a} = \frac{h'}{h} \times \frac{a'}{a} = k \times k = k^2$$



۱۴- در شکل زیر اگر $\widehat{BDE} = \widehat{ACB}$ و $BD = 10$ و $BE = AC = 12$ و $AB = 40$ مجهولات را بیابید. (نمره ۱)

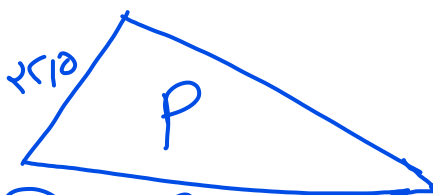
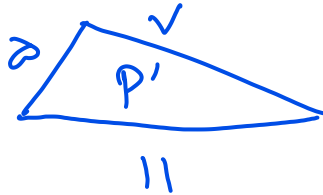
$$\left. \begin{matrix} \widehat{B} = \widehat{B} \\ \widehat{D} = \widehat{C} \end{matrix} \right\} \text{زز} \Rightarrow \triangle BDE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{ED}{AC} = \frac{BD}{BC}$$

$$\frac{12}{40} = \frac{y}{12} = \frac{10}{10+x} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{y}{12} = \frac{10}{10+x} \Rightarrow \boxed{y = \frac{36}{5} = 7.2}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{10}{10+x} \Rightarrow 10x + 3x = 100 \Rightarrow \boxed{x = \frac{100}{13} \approx 7.7}$$

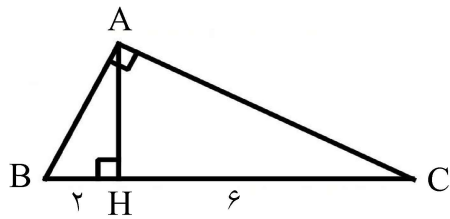
۱۵- طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتیمتر و طول کوچکترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی، $\frac{22}{5}$ سانتیمتر است.

محیط مثلث دوم چقدر است؟ (نمره ۱)



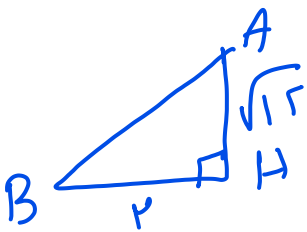
$$K = \frac{22/5}{5} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{P}{P'} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{P}{22} = \frac{9}{2} \Rightarrow P = \frac{22 \times 9}{2} = 99$$

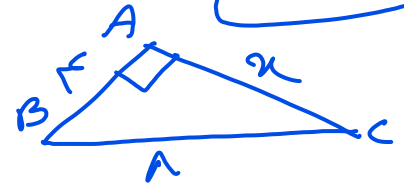


۱۶- طول AH و AB و AC را بیابید. (نمره ۱)

$$AH^2 = BH \cdot HC = 2 \times 6 \Rightarrow \boxed{AH = \sqrt{12}}$$



$$AB^2 = 2^2 + 12 = 16 \Rightarrow \boxed{AB = 4}$$



$$AC^2 = 6^2 + 12 = 48 \Rightarrow \boxed{AC = 4\sqrt{3}}$$