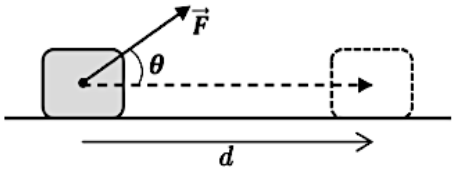
فصل ۳ کار و انرژی

بخش ۱: کار و انرژی جنبشی

تعریف کار:

با انجام کار، انرژی از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود. اگر بر جسمی نیروی ۱N وارد شود و آن جسم در جهت نیرو به اندازه ۱m جابه‌جا شود، آنگاه ۱J کار انجام شده است. کار یک کمیت نرده‌ای است و از رابطه زیر به دست می آید:



$$\text{کار} = \text{جابجایی} \times \text{مولفه نیرو در جهت جابجایی} \longrightarrow W = F_x \times d = F\cos\theta \times d$$

$$\Rightarrow \boxed{W = Fd\cos\theta}$$

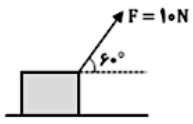
W: کار انجام‌شده بر روی جسم (ژول J) F: نیرو (نیوتن N) d: جابه‌جایی (متر m) θ: زاویه بین F و d

★ در سه صورت کار انجام شده بر روی جسم برابر با صفر می‌شود (یعنی کاری انجام نمی‌گیرد): ❶ اگر نیرویی به جسم وارد نشود: $(F = 0)$. ❷ جابه‌جایی اتفاق نیفتد: $(d = 0)$. ❸ نیرو بر جابه‌جایی عمود باشد: $(\theta = 90)$.

مثال

مثال کنکوری

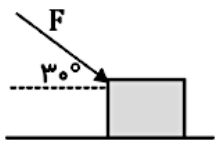
مطابق شکل، جسمی به جرم ۵۰۰ g در راستای افقی به اندازه ۲۰ cm جابه‌جا شده است. کار نیروی F را به دست آورید.



مثال

مثال کنکوری

شخصی جعبه‌ای به جرم ۵ kg را مانند شکل مقابل با نیروی ثابت ۱۶ N هل می‌دهد. اگر نیروی اصطکاک بین جسم و زمین $f = 2\,\text{N}$ باشد، کار هر یک از نیروهای وارد بر جسم را در ۳m جابه‌جایی افقی محاسبه کنید.

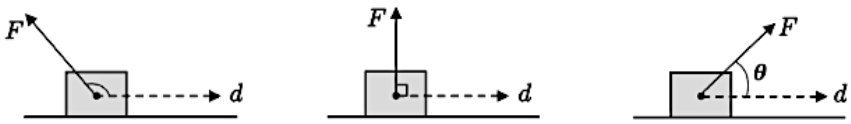


کپسول آموزشی

نکته

بررسی علامت کار:

علامت کار می‌تواند مثبت یا منفی نیز باشد:



$۹۰ < \theta \leq ۱۸۰$	$\theta = ۹۰$	$۰ \leq \theta < ۹۰$
$\cos\theta < ۰$	$\cos\theta = ۰$	$\cos\theta > ۰$
$W < ۰$	$W = ۰$	$W > ۰$

کار در حرکت قائم یکنواخت:

فرض کنید می‌خواهیم جسمی را به صورت یکنواخت (یعنی با تندی ثابت) به بالای سر خود ببریم. اگر نیرویی که بر جسم وارد می‌کنیم کمتر از وزن آن باشد، جسم اصلا بالا نمی‌رود؛ و اگر نیرو بیشتر از وزن جسم باشد، جسم به طور غیریکنواخت بالا می‌رود (در این حالت حرکت جسم یکنواخت نیست، بلکه حرکت شتابدار است و سرعت جسم لحظه به لحظه بیشتر می‌شود).

در نتیجه: اگر بخواهیم جسمی را به طور **یکنواخت** (با تندی ثابت) بالا ببریم، باید نیرویی برابر با وزن جسم در جهت رو به بالا بر آن وارد کنیم.

مثال

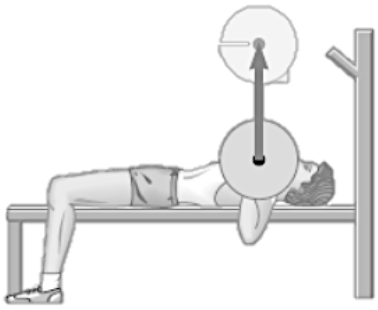
مثال آموزشی

الف) ورزشکاری وزنه‌ای به جرم $۷۰\ \text{kg}$ را در راستای قائم به طور یکنواخت تا ارتفاع $۵۰\ \text{cm}$ بالای سر خود می‌برد. کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام داده است را محاسبه کنید.

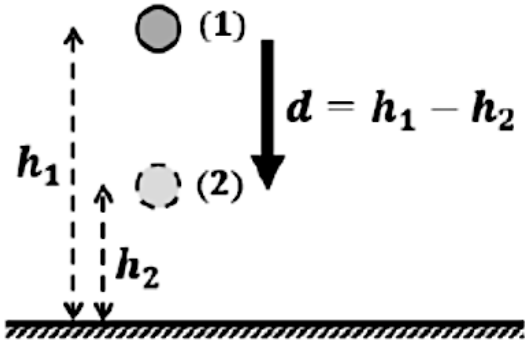
ب) سوال قسمت الف را برای حالتی حساب کنید که ورزشکار با وارد کردن همان نیرو وزنه را $۵۰\ \text{cm}$ به آرامی پایین می آورد.

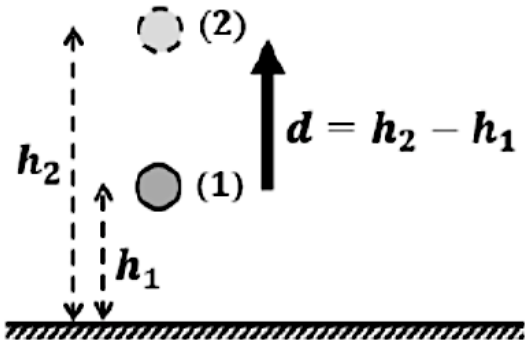
ج) در این دو حالت، چه تفاوتی بین مقادیر به دست آمده برای کار انجام شده توسط ورزشکار وجود دارد؟

د) اگر وزنه‌بردار وزنه را ۳s بالای سر خود نگه دارد، در این مدت چقدر کار انجام داده است؟ $(g = ۹/۸۰\ \text{N/kg})$



کار نیروی وزن:



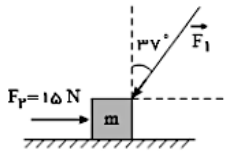


محاسبه کار کل:

اگر به جسمی چند نیرو وارد شود، برای محاسبه کار کل، ابتدا کار هر نیرو را محاسبه می‌کنیم و سپس آنها را با در نظر گرفتن علامت جمع می‌کنیم: $(W_t = W_1 + W_2 + \dots)$

مثال

در شکل زیر جسمی به جرم m روی سطح افقی بدون اصطکاک تحت تأثیر دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر کار برایند نیروهای وارد بر جسم پس از ۲۰ متر جابه‌جایی روی سطح افقی برابر با ۳۶۰ ژول باشد، اندازهٔ $\vec{F}_1$ چند نیوتون است؟ $(\cos 37^\circ = 0/8)$



۱) ۵۵
۲) ۵
۳) $\frac{165}{4}$
۴) $\frac{15}{4}$

مثال آموزشی

انرژی جنبشی:

انرژی وابسته به حرکت جسم را انرژی جنبشی (انرژی حرکتی) می‌گویند: $\boxed{K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}}$

m: جرم برحسب کیلوگرم kg . v: تندی برحسب متربرثانیه $\mathrm{m/s}$. K: انرژی جنبشی برحسب ژول J .

★ انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای است. بنابراین به جهت و مسیر حرکت بستگی ندارد. همچنین، انرژی جنبشی کمیتی همواره مثبت است (زیرا $m\ ,\ v^{۲}\geq ۰$).

★ هر جسمی که تندتر حرکت کند، لزومی ندارد که حتما انرژی جنبشی بیشتری هم داشته باشد. چون انرژی جنبشی هم به جرم و هم به تندی بستگی دارد. ا .

تغییر انرژی جنبشی:

اگر مقدار اولیه انرژی جنبشی $K_{۱}$ و مقدار ثانویه آن $K_{۲}$ باشد، تغییر انرژی جنبشی (کاهش / افزایش) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta K=K_{۲}-K_{۱}$$

مثال

مثال کنکور

جرم خودرویی به همراه راننده‌اش $۸۰۰kg$ است. چنان‌چه تندی این خودرو از $۱۵\frac{m}{s}$ به $۱۰\frac{m}{s}$ کاهش یابد، تغییر انرژی جنبشی مجموعه برحسب کیلوژول کدام است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) -۵۰ ۴) -۱۰۰

رابطه مقایسه ای انرژی جنبشی:

برای مقایسه انرژی جنبشی دو جسم و یا مقایسه انرژی جنبشی یک جسم در دو حالت مختلف، از رابطه نسبت انرژی‌ها استفاده می‌شود:

$$\frac{K_{۲}}{K_{۱}}=\frac{\frac{۱}{۲}m_{۲}v_{۲}^{۲}}{\frac{۱}{۲}m_{۱}v_{۱}^{۲}}\quad\longrightarrow\quad\frac{K_{۲}}{K_{۱}}=\frac{m_{۲}}{m_{۱}}\times\left(\frac{v_{۲}}{v_{۱}}\right)^{۲}$$

★ در رابطه $K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}$ یکاها باید SI باشند، اما در رابطه نسبت دو انرژی جنبشی $\frac{K_{۲}}{K_{۱}}$ فقط کافی است یکاها یکسان باشند.

مثال

مثال کنکور

اگر انرژی جنبشی جسمی ۳۶ درصد کاهش یابد، تندی آن چند درصد کاهش یافته است؟ (جرم جسم ثابت است.)

مثال

مثال آموزشی

جسمی به جرم ۶ کیلوگرم در حال سکون قرار دارد. اگر به این جسم نیرویی به اندازه ۶ نیوتن وارد شود. تندی آن پس از ۸ متر جابجایی به ۴ می رسد.

الف) کار نیروی ۶ نیوتونی چقدر است؟

ب) انرژی جنبشی جسم در پایان جابجایی چقدر است؟

قضیه کار و انرژی جنبشی:

قضیه کار و انرژی جنبشی: کار کل انجام شده بر روی جسم در یک جابجایی معین، برابر است با تغییر انرژی جنبشی جسم در همان جابجایی (این قضیه برای هر مسیر مستقیم یا خمیده‌ای برقرار است):

$$W_t = \Delta K$$

حالت۱. اگر نیروی خالص وارد بر جسم با جابه‌جایی هم‌جهت باشد: روی جسم کار انجام می‌شود (کار مثبت). یعنی در طول حرکت به جسم انرژی داده شده و سرعت آن افزایش می‌یابد:

$$\theta = ۰ \longrightarrow W_t = Fd\cos ۰ > ۰ \longrightarrow \Delta K > ۰ \longrightarrow K_۲ > K_۱ \longrightarrow v_۲ > v_۱$$

حالت۲. اگر نیروی خالص وارد بر جسم در خلاف جهت جابه‌جایی باشد: جسم کار انجام می‌دهد (کار منفی). یعنی در طول حرکت از جسم انرژی گرفته شده و سرعت آن کاهش می‌یابد:

$$\theta = ۱۸۰ \longrightarrow W_t = Fd\cos ۱۸۰ < ۰ \longrightarrow \Delta K < ۰ \longrightarrow K_۲ < K_۱ \longrightarrow v_۲ < v_۱$$

مثال

مثال آموزشی

جسمی به جرم ۲ کیلوگرم با تندی ۶ در حال حرکت است و پس از ۴ متر جابجایی متوقف میشود و مقدار نیروی اصطکاک آن ۹ نیوتون است.

الف) کار نیروی اصطکاک ۹ نیوتونی چقدر است؟

ب) تغییر انرژی جنبشی در این جابجایی چقدر است؟

مثال

مثال آموزشی

جرم یک خودرو به همراه راننده‌اش ۱۰۰۰ کیلوگرم است. وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می‌رود، کار کل انجام شده روی آن $۴۰۰kJ$ است. اگر تندی خودرو در موقعیت A برابر با $۱۰\frac{m}{s}$ باشد، تندی آن در موقعیت B چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

فصل ۳ کار و انرژی

بخش ۲ : انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی

انرژی پتانسیل:

به نوعی از انرژی که به دلیل شکل یا موقعیت اجسام نسبت به یکدیگر در آنها ذخیره می‌شود، انرژی پتانسیل (U) می‌گویند. شکل‌های مختلف انرژی پتانسیل (انرژی ذخیره‌ای) عبارتند از:

۱. **انرژی پتانسیل گرانشی** : اگر جسمی را از سطح زمین بالا ببریم، انرژی پتانسیل گرانشی در سیستم ذخیره می‌شود.

۲. **انرژی پتانسیل کشسانی** : با کشیدن و یا فشردن فنر یا کش، در آن انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود.

۳. **انرژی پتانسیل الکتریکی** : با نزدیک‌کردن دو بار الکتریکی هم‌نام به یکدیگر، انرژی پتانسیل الکتریکی در آنها ذخیره می‌شود.

★ یک جسم به تنهایی نمی‌تواند انرژی پتانسیل داشته باشد. زیرا انرژی پتانسیل از ویژگی‌های یک سامانه (سیستم) است و به موقعیت (مکان) جسم نسبت به اجسام دیگر بستگی دارد. مثلاً: انرژی پتانسیل گرانشی جسم به ارتفاع آن از سطح زمین وابسته است. در واقع باید بگوییم: «انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم ـ زمین». البته گاهی برای سادگی به جای «انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم ـ زمین»، فقط از عبارت «انرژی پتانسیل گرانشی جسم» استفاده می‌شود.

انرژی پتانسیل گرانشی:

تعریف: انرژی ذخیره شده در اجسام به دلیل داشتن ارتفاع از سطح زمین را انرژی پتانسیل گرانشی در سامانه جسم ـ زمین می‌گویند. انرژی پتانسیل گرانشی متشکل از زمین و جسمی به جرم m که در ارتفاع h از سطح زمین قرار دارد برابر است با:

$$\boxed{U = mgh}$$

U: انرژی پتانسیل گرانشی (J) $\quad m$: جرم (kg) $\quad g$: شتاب جاذبه گرانشی $(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}})$ $\quad h$: ارتفاع (m)

تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی :

اگر جسم از ارتفاع h_1 به h_2 نسبت به مبدأ جابه‌جا شود، تغییر انرژی پتانسیل گرانشی عبارت است از:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = mgh_2 - mgh_1 = mg(h_2 - h_1) \quad \longrightarrow \quad \boxed{\Delta U = mg\Delta h}$$

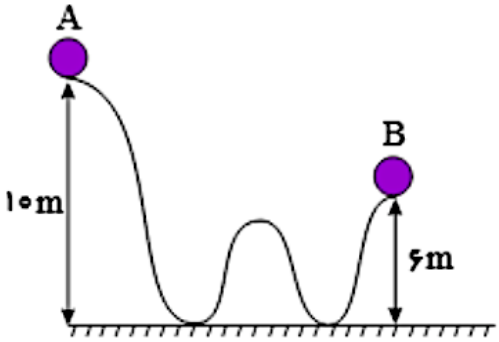
انتخاب مبدأ :

اگر فردی از شما بپرسد که «ارتفاع شما چند متر است؟» ، ابتدا از او می‌پرسید «ارتفاع از کجا؟! ارتفاع از سطح دریا؟ ارتفاع از کف زمین؟ ارتفاع از سقف؟ ...» . بنابراین در اندازه‌گیری ارتفاع، قبل از هر چیزی باید نقطه مبدأ را انتخاب کنیم. کمیتی که در فیزیک اهمیت دارد، تغییر ارتفاع بین دو نقطه است، نه مقدار آن در یک نقطه خاص. بنابراین می‌توانیم مبدأ ارتفاع $(h = 0)$ را هر جای دلخواه انتخاب کنیم. چون تغییرات ارتفاع (Δh) به مبدأ بستگی ندارد.

مثال

مثال آموزشی

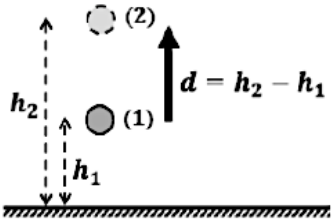
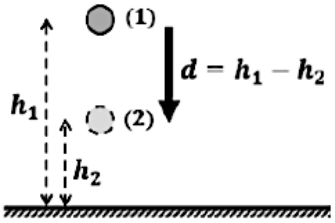
در شکل مقابل گلوله ای به جرم ۴ کیلوگرم رها میشود. انرژی پتانسیل در دو نقطه و تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنید



کار نیروی وزن و ارتباط آن با نیروی پتانسیل گرانشی:

قبلا کار نیروی وزن را از رابطه $(W_{mg} = Fd\cos\theta = mgd\cos\theta)$ به دست آوردیم. اکنون می‌خواهیم ارتباط بین کار نیروی وزن (W_{mg}) و انرژی پتانسیل گرانشی (ΔU) را به دست آوریم.

این کمیت‌ها را در دو حالت بررسی می‌کنیم: ❶ وقتی جسم به طرف بالا پرتاب شود. ❷ وقتی جسم به طرف پایین سقوط کند:

وضعیت	۱. بالا رفتن جسم	۲. پایین آمدن جسم
شکل		
محاسبه کمیت‌ها	$W_{mg} = Fd\cos 180^\circ = -mgd < 0$ $\Delta U = mg(h_2 - h_1) = +mgd > 0$	$W_{mg} = Fd\cos 0^\circ = +mgd > 0$ $\Delta U = mg(h_2 - h_1) = -mgd < 0$

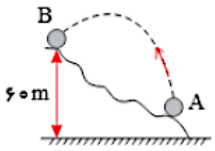
★ در هر دو حالت، علامت ΔU با علامت W_{mg} مخالف است. پس کار نیروی وزن برابر است با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم ـ زمین:

$$\boxed{W_{وزن} = -\Delta U}$$

مثال

مثال آموزشی

مطابق شکل، جسمی به جرم $۳kg$ را از نقطهٔ A پرتاب می‌کنیم تا به نقطهٔ B برسد. اگر قدر مطلق کار نیروی وزن در این جابجایی $۴۵۰J$ باشد، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم و زمین در این جابجایی چند ژول و ارتفاع نقطهٔ A از سطح زمین برحسب متر به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) $۴۵, -۴۵۰$

۲) $۱۵, +۴۵۰$

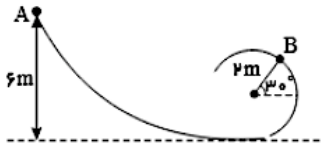
۳) $۱۵, -۴۵۰$

۴) $۴۵, +۴۵۰$

مثال

مثال آموزشی

در شکل زیر، جسمی به جرم $۴\ kg$ را از نقطهٔ A روی سطح پرتاپ می‌کنیم. کار نیروی وزن بر روی جسم در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) -۱۲۰

۲) -۸۰

۳) ۱۲۰

۴) ۸۰